Correction Du devoir surveillé N° 1

G7 (HATAB EL MEHDI)

Q1)

$$H(p) = \frac{\dfrac{K_T \cdot 2}{\pi \cdot D_p \cdot M_{éq}(R+Lp)p}}{1 + \dfrac{4 \cdot K_T \cdot K_E}{\pi^2 \cdot D_p^2 \cdot M_{éq}(R+Lp)p}}$$

Q2) $$H(p) = \frac{2K_T \cdot \pi \cdot D_p}{\pi^2 D_p^2 M_{éq}\, p(R+Lp) + 4K_T \cdot K_E}$$

$$= \frac{2K_T \cdot \pi \cdot D_p}{\pi^2 D_p^2 M_{éq} L p^2 + \pi^2 D_p^2 M_{éq} R p + 4K_T \cdot K_E}$$

$$= \frac{\dfrac{2K_T \cdot \pi \cdot D_p}{4 K_T \cdot K_E}}{1 + \dfrac{\pi^2 D_p^2 M_{éq} \cdot R}{4K_T \cdot K_E} p + \dfrac{\pi^2 D_p^2 M_{éq} L}{4 K_T K_E} p^2}$$

d'où : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{4 K_T K_E}{\pi^2 D_p^2 \cdot M_{éq} \cdot L}}$

$= 45,25$ rad/s

$G = \dfrac{\pi D_p}{2K_E} = 0,0312$

on a : $\dfrac{2m}{\omega_n} = \dfrac{\pi^2 D_p^2 M_{éq} \cdot R}{4 K_T K_E}$

$m = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\pi^2 D_p^2 M_{éq} \cdot R}{4 K_T \cdot K_E} \times \sqrt{\dfrac{4 K_T K_E}{\pi^2 D_p^2 M_{éq} \cdot L}}$

$= \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi^2 D_p^2 \cdot M_{éq} \cdot R^2}{4 L K_T K_E}}$

$m = \dfrac{\pi \cdot D_p \cdot R}{4}\sqrt{\dfrac{M_{éq}}{L K_T K_E}}$

$= 2,37 > 1$

Q3) Hypothèse des pôles dominants :

$$\frac{A}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)}$$

$\rightarrow \dfrac{A}{(1+\tau_3 p)}$, $\tau_3 \gg \tau_1, \tau_2$

* on remarque $\tau_2 \gg \tau_1$

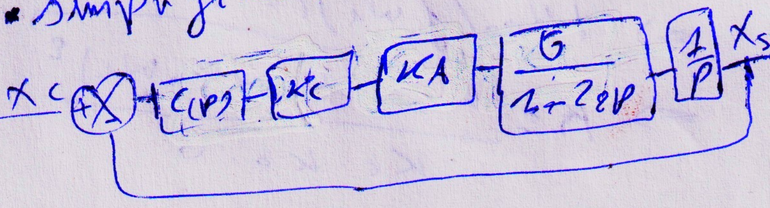
d'où $H(p)$ devient :

$$H(p) = \frac{G}{1+\tau_2 p} \cdot \frac{A}{1+\tau p}$$

$G = 0,0312$

$\tau_2 = 0,1$ s

* simplification de schéma :



Q4) $C(p) = 1$

$$H_{BO}(p) = \frac{K_C \cdot K_A \cdot G}{p(1+\tau_2 p)}$$

Q5) marge de gain : $M_G = +\infty$

* marge de phase : $M_\varphi = -145 + 180 = 35°$

puisque $M_\varphi > 0 \Rightarrow$ système est stable

Q6) Dans le cas : $C(p) = K$

$$H_{BO}(p) = \frac{K \cdot K_C \cdot K_A\, G}{p(1+\tau_2 p)}$$

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{K \cdot K_C\, K_A \cdot G}{j\omega(1+\tau_2 j\omega)}$$

* module : $$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{K \cdot K_C \cdot K_A \cdot G}{\omega\sqrt{1+(\tau_2 \omega)^2}}$$

Argument :

$Arg(H_{BO}(j\omega)) = -90 - arctg(\tau_2\omega)$

$\begin{cases} MP = 180 + Arg(H_{BO}(j\omega_1)) \\ \text{où } \omega_1 : |H_{BO}(j\omega_1)| = 1 \end{cases}$

$MP = 180° - 90° - arctg(\tau_2\omega_1) = 60°$

$\Rightarrow Arctg(\tau_2\omega_1) = 30$

$\tau_2\omega_1 = tg\,30$

$\omega_1 = \dfrac{tg\,30}{\tau_2}$

d'où $\omega_1 = 5,77$ rad/s

$\Rightarrow |H_{BO}(j\omega_1)| = 1$

$\Rightarrow K = \dfrac{\omega_1\sqrt{1+(\tau_2\omega_1)^2}}{K_c \cdot K_a \cdot G}$

$= 0,34$

IV-

(Q7) $H_{BO}(p) = \dfrac{K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G}{p(1+\tau p)}$

$\Rightarrow H_{BO}(p)$ possède une intégration

Alors $\varepsilon_s = 0$

(Q8) $F(p) = \dfrac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}$

$= \dfrac{\dfrac{K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G}{p(1+\tau p)}}{1+\dfrac{K \cdot K_a \cdot K_c \cdot G}{p(1+\tau p)}}$

$= \dfrac{K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G}{\tau p^2 + p + K \cdot K_e \cdot K_c\,G}$

$= \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{K \cdot K_e K_c\,G}\,p + \dfrac{\tau p^2}{K_c \cdot K_e \cdot K \cdot G}}$

$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\dfrac{K_c \cdot K_e \cdot K \cdot G}{\tau_2}}$

$= 8,24$ rad/s

$\Rightarrow \dfrac{2m}{\omega_n} = \dfrac{1}{K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G}$

$m = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G} \times \sqrt{\dfrac{K \cdot K_c \cdot K_e G}{\tau_2}}$

$= \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{\tau_2 \cdot K \cdot K_e \cdot K_c \cdot G}}$

$= 0,6$

(Q9) pour $m = 0,6$

$\cdot\ tr_{5\%} \times \omega_n = 5,2$

$tr_{5\%} = \dfrac{5,2}{\omega_n}$

$= 0,631$

$\cdot\ tr_{5\%} < 1 \Rightarrow$ valide

$\cdot\ \varepsilon_s = 0 < 0,1 \Rightarrow$ valide

$\cdot\ MG = 60 \Rightarrow$ valide

$\rightarrow$ le cahier des charges est bien respecté.