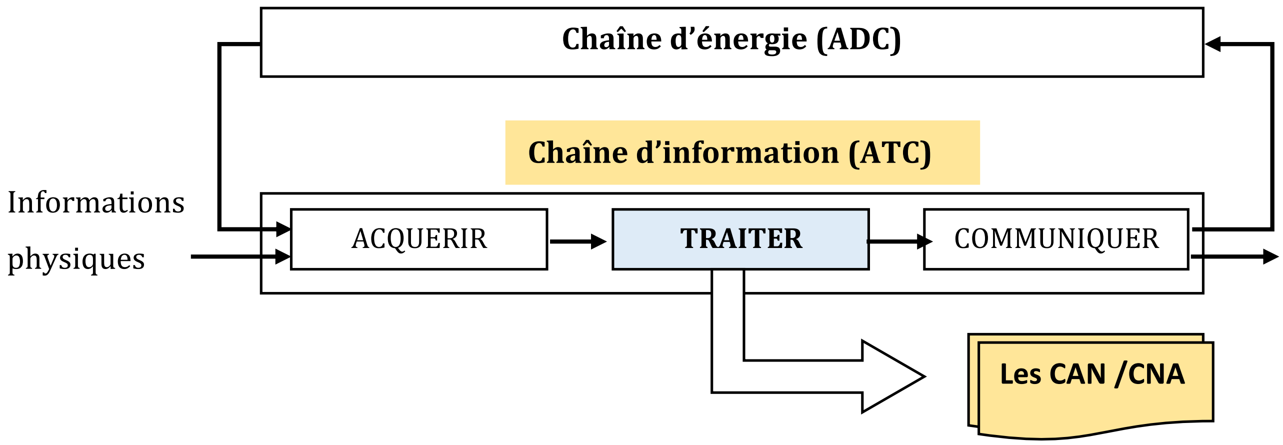
De nombreux systèmes électroniques utilisent la technique numérique, à base de microprocesseurs ou de microcontrôleurs pour les avantages qu'elle présente par rapport à la technique analogique [1]:

- Facilité de traitement de l'information (filtrage, compression…),
- Mémorisation possible des informations,

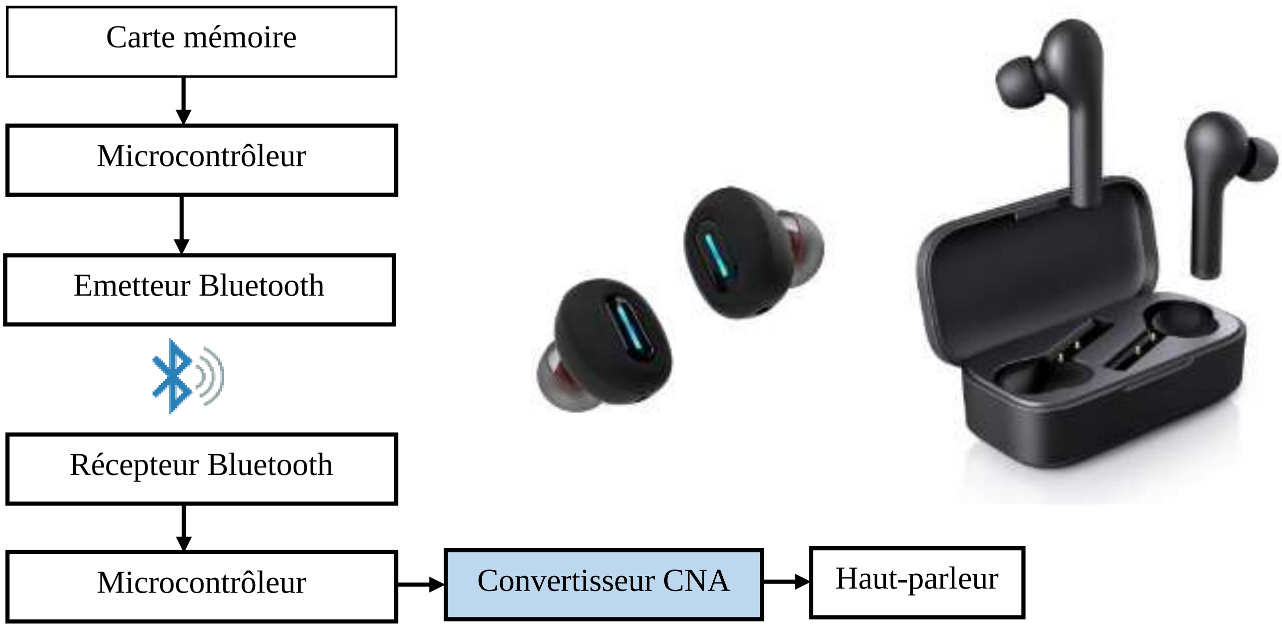
Lorsque les informations issues de capteurs sont des grandeurs analogiques ou que les actionneurs sont commandés par des signaux analogiques, il est nécessaire de procéder à des conversions de données [1] :

- **Le convertisseur analogique numérique(CAN)** convertit le signal analogique du capteur en une suite de mots numériques qui pourront être compris et traités par le calculateur (microprocesseur).
- Le calculateur pourra générer en entrée du **convertisseur numérique analogique(CNA)** des mots numériques qui sont alors convertis en signaux analogiques.

Dans l'architecture fonctionnelle générique d'un système **pluritechnologique,** les convertisseurs CAN et CNA assurent la fonction « **TRAITER** » de la chaîne d'**Information**.

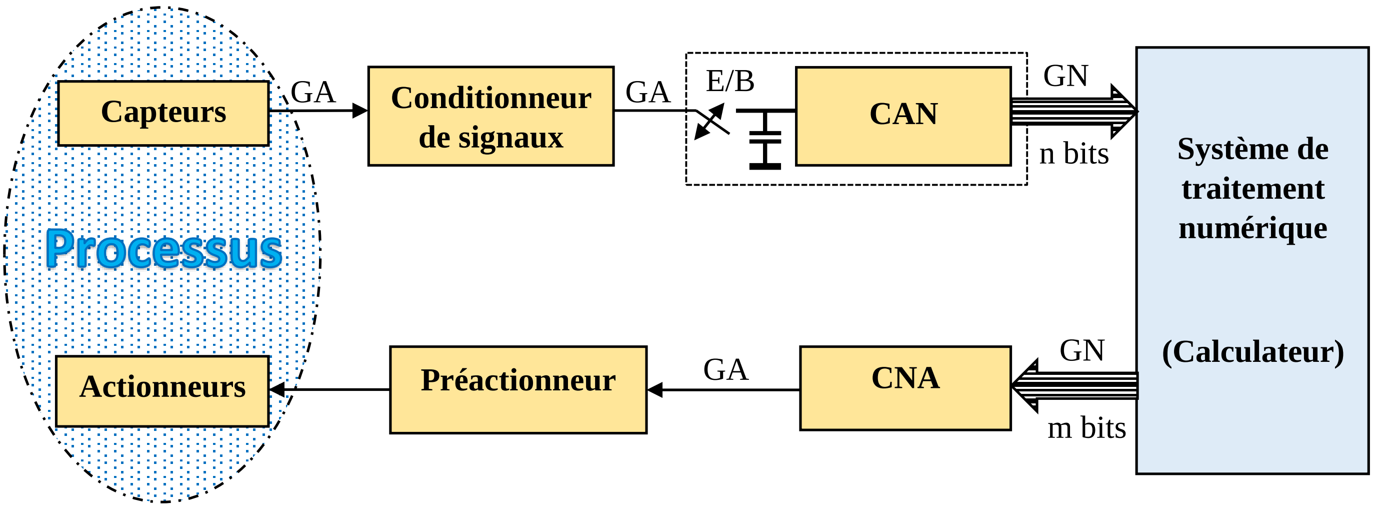


Exemple 1 : écouteur sans fil (Earbuds)



Exemple 2 : chaîne de mesure numérique

La mesure de nos jours envahi le domaine industriel et joue un rôle actif dans la production en assurant la surveillance, l'optimisation de processus, le contrôle de qualité [2]. Le schéma ci-dessus montre la structure et les éléments de base d'une chaîne de mesure numérique.



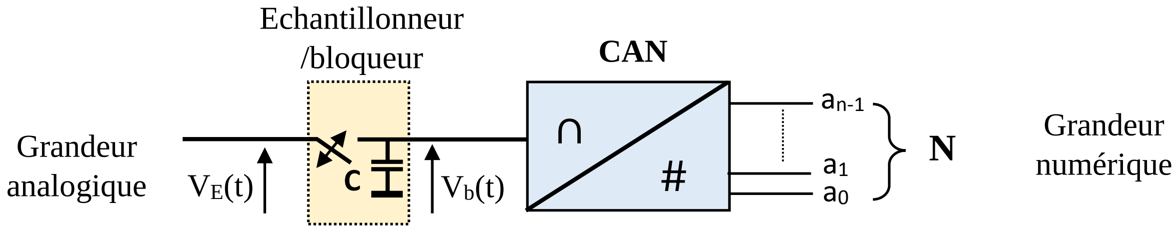
Le signal issu du capteur est mis en forme et amplifier par le conditionneur, un **CAN** (convertisseur analogique numérique) effectue **la numérisation du signal** fourni par le conditionneur, après un **échantillonnage (E/B)** éventuel [2].

La sortie du CAN est alors traitée par un calculateur (DSP, microprocesseur…) qui effectue un ensemble de opérations et des corrections numériques afin d'élabore un signal de commande du préactionneur, qui ensuite **reconverti en signal analogique**, cette opération est réalisée par un CAN (convertisseur numérique analogique).

I. Convertisseur analogique numérique CAN (ADC en anglais)

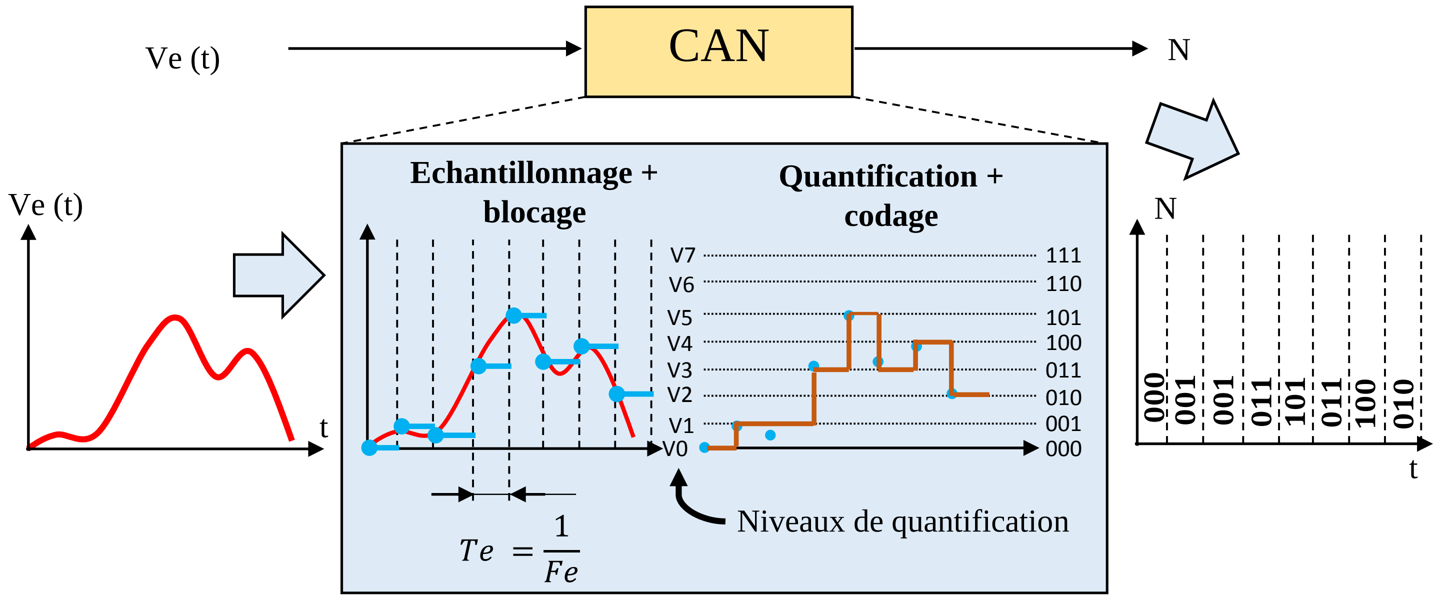
Le convertisseur analogique numérique est un circuit intégré qui fait une conversion d'une grandeur analogique à une grandeur numérique.

1. Symbole



Echantillonneur /bloqueur pour maintenir la tension à l'entrée du CAN pendant toute la durée de la conversion, cette dernière s'effectue en fait sur des échantillonnes de la tension Ve(t) [2].

Le convertisseur analogique-numérique effectue la numérisation du signal fourni par le conditionneur, après un échantillonneur bloqueur [1]. L'exemple suivant représente les étapes de conversion d'un convertisseur analogique numérique de 3 bits (n=3).



Fe : la fréquence d'échantillonnage (cette partie sera traitée en détail par la suite)

2. Relations fondamentales

Le but de la conversion A/N ou N/A est de faire correspondre un nombre binaire N $_{(2)}$ de **n bits** à une **tension analogique V** le plus souvent ou inversement. Le nombre binaire naturel est défini par [2]:

$$\boldsymbol{N_{(2)} = [a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \cdots \quad a_1 \quad a_0\ ]}$$

MSB LSB

- <u>**Conversion d'un nombre binaire à un nombre décimal**</u>

$$\boldsymbol{N_{(10)} = a_{n-1}\,.\,2^{n-1} + a_{n-2}.\,2^{n-2} + \cdots + a_1\,.\,2^1 + a_0.\,2^0}$$

Exemple : soit N$_{(2)}$ = (10010) ➔ $N_{(10)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 = 18$

- <u>**La tension pleine échelle PE**</u>

C'est la tension d'entrée bornée : la plage de conversion (tension pleine échelle PE). Elle est souvent de 0-5V, 0-10V pour un CAN unipolaire et ±5V, ±10V pour un CAN Bipolaire :

$$\boldsymbol{PE = Vref^+ - Vref^-}$$

Exemple : soit un convertisseur analogique numérique de la plage de conversion est ±5V.

Calculer la tension pleine échelle ?

On a : $Vref^+ = 5V$ et $Vref^- = -5V$

Par définition : $PE = 5 - (-5) = 10V$

- **Quantum q**

C'est la petite variation de la tension d'entrée. Il correspond donc à la valeur d'entrée quand seul le bit de poids faible (LSB) de N à l'état haut (N=1) [3]:

$$\boxed{q = \frac{PE}{2^n}}$$

PE : la tension en plein échelle
n : nombre de bits du CAN

Exemple :

CAN Arduino Uno : $PE = 5V$ et $n = 10$ bits alors $q \approx 5mV$

- **Résolution R**

La résolution est exprimée par le nombre de bits n que peut fournir le convertisseur en sortie.

$$\boxed{R = n}$$

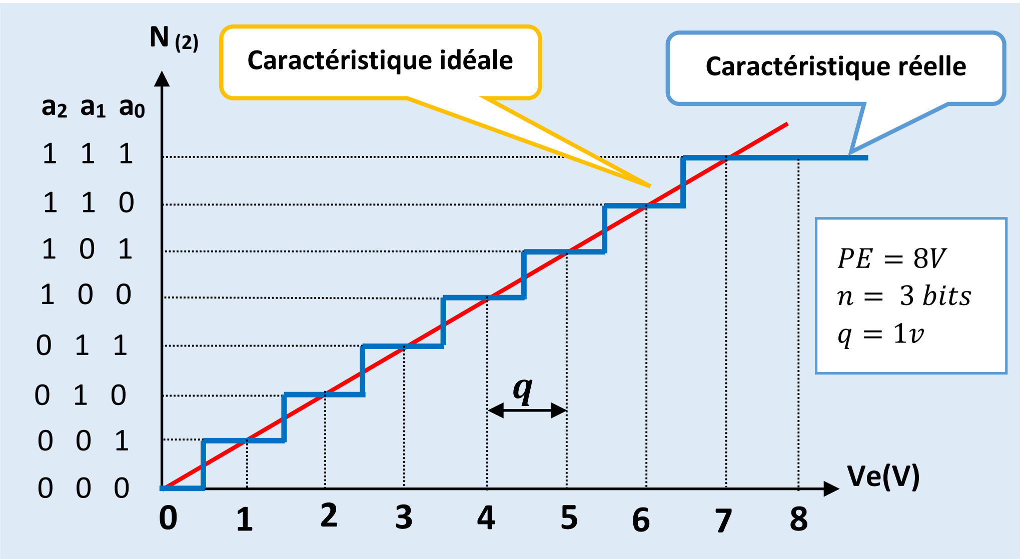
Exemple :

CAN Arduino Uno : $n = 10$ bits alors $\boldsymbol{R = 10}$

- **Caractéristique de transfert d'un convertisseur CAN**

La caractéristique d'un CAN est la courbe représentant la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée [1].

La caractéristique ci-dessous est pour un CAN de la tension pleine échelle $PE = 8\ V$ et de nombre de bit $n = 3$ bits alors le quantum $q = 1V$.



A partir de cette caractéristique. Le quantum q relie également la tension Ve à son mot numérique N :

$$\boxed{N = \frac{1}{q}.Ve}$$

Exemple :

Le microcontrôleur PIC16F877A dispose un CAN de 10 bits et alimenté sous une tension de 5V. la tension à convertir est appliquée à la bouche RA0.

Calculer la valeur de N lorsque la tension aux bornes de RA0 est $Ve = 3.43\ V$?

Réponse :

Calculons tout d'abord le quantum q : $q = \frac{PE}{2^n} = \frac{5}{2^{10}} = 4.88\ mV$

Maintenant, la valeur N correspondante à la tension appliquée en RA0 est :

$$N = \frac{1}{q} . Ve = \frac{1}{4.88 . 10^{-3}} . 3.43 \rightarrow N_{(10)} = 703 \rightarrow N_{(2)} = 1010111111$$

- **<u>Temps de conversion</u>**

Le temps de conversion Tc ou temps d'établissement (**Setting time**) est le temps nécessaire pour convertir une valeur de tension en un nombre représentatif.

Il dépend de la technique employée pour la conversion. Il est donné par la documentation constructeur du composant [1].

Exemple : carte Arduino Uno de l'ordre de $Tc = 10ms$;

- **<u>La valeur maximale de la tension à l'entrée</u>**

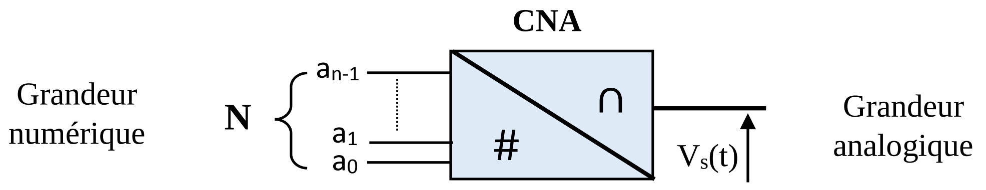
La valeur maximale de Ve(t) est donc : $\boxed{Vemax = q.(2^n - 1)}$

Exemple : cas de l'ARDUINO UNO ($PE = 5V$, n =10) alors $Vemax = 4.995\ V$

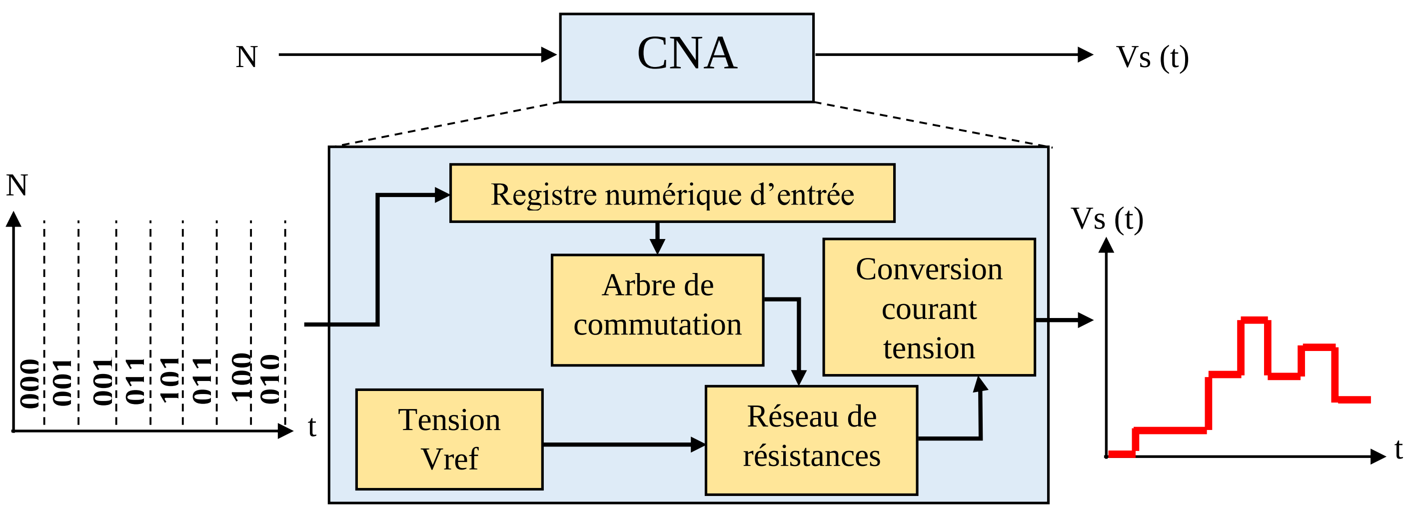
II. Convertisseur numérique analogique CNA (DAC en anglais)

Le convertisseur analogique numérique est un circuit intégré qui fait une conversion d'une grandeur numérique à une grandeur analogique.

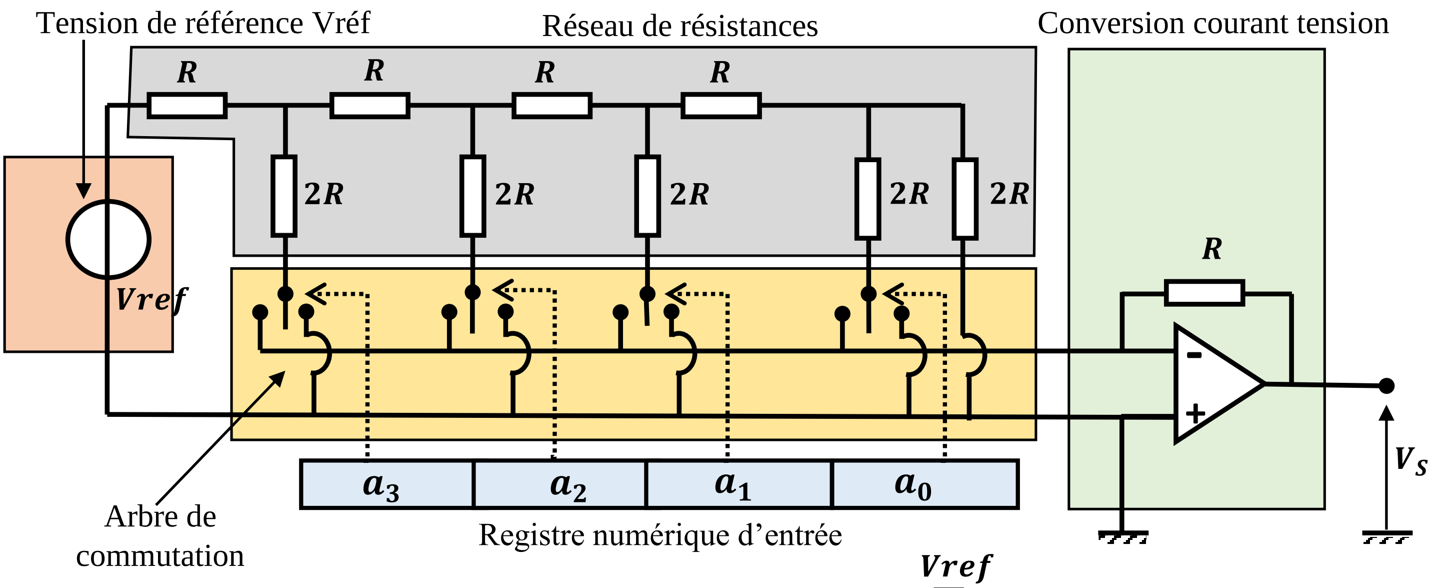
1. Symbole

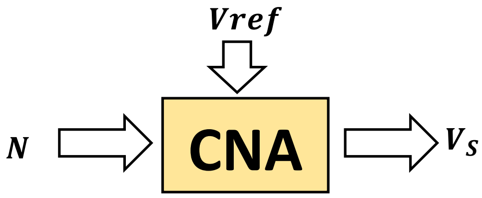


La valeur N représente la loi de commande calculée par une unité de traitement numérique, cette valeur est convertie à une tension pour commander un préactionneur. Le schéma ci-dessous représente les constituions interne d'un CNA.



Exemple : CNA R-2R $n = 4$ bits





2. **Relations fondamentales**

- **<u>Quantum q</u>**

 C'est la petite variation de la tension de sortie. Il correspond donc à la valeur d'entrée quand seul le bit de poids faible (LSB) de N à l'état haut (N=1) [3] :

$$\boxed{q = \frac{Vref}{2^n - 1}}$$

Vréf : la tension de référence
n : nombre de bits du CNA

Exemple : $n = 4$, $Vréf = 10V$ alors $\boldsymbol{q = 625mV}$.Donc, si N augmente d'une unité, Vs augmente de la valeur du q.

- **<u>Résolution R</u>**

Elle est définie par le pourcentage de la pleine échelle soit [2] : $\boxed{R = \frac{1}{2^n}}$

Elle peut aussi défini par le nombre de bits n soit [2] : $\boxed{R = n}$ $\boxed{R = q}$

- **<u>La valeur maximale de la tension à la sortie</u>**

La valeur maximale de Vs(t) est donc : $\boxed{Vsmax = q.(2^n - 1)}$

Exemple d'application 2	Les CNA

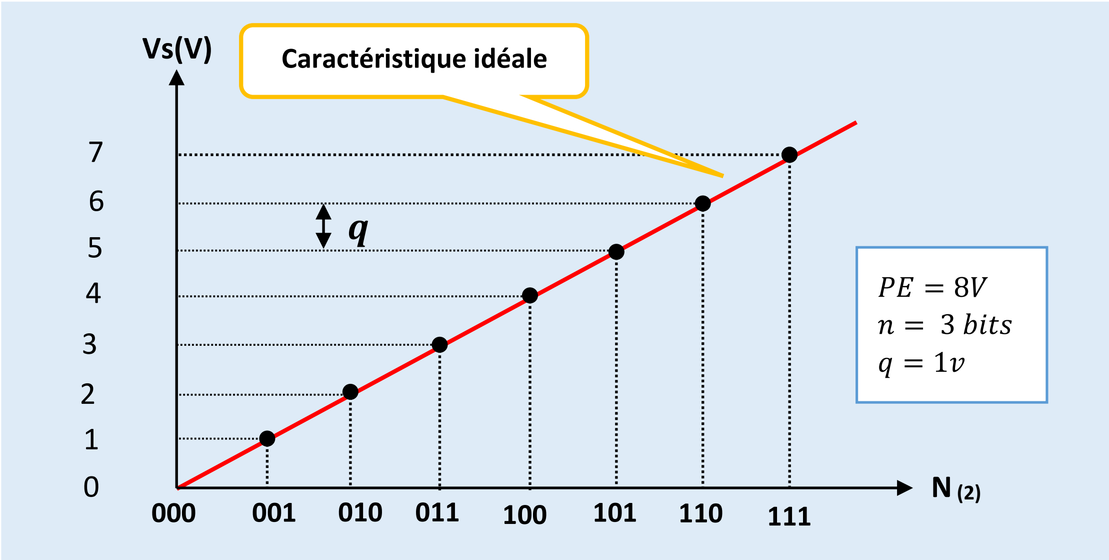
Soit un CNA de 5 bits. La tension de sortie vaut 0,2 V quand l'entrée vaut 00001.

1. Que vaut la tension de pleine échelle ?
2. Soit un CNA de 5 bits à sortie en courant. Quand l'entrée vaut 10100, le courant de sortie vaut 10 mA.
3. Que vaut le quantum ?

- **<u>Caractéristique de transfert d'un convertisseur CNA</u>**

La caractéristique d'un CNA est la courbe représentant la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée.

La caractéristique ci-dessous est pour un CNA de la tension pleine échelle $Vref = 8\,V$ et de nombre de bit $n = 3$ bits alors le quantum $q = 1V$.



A partir de cette caractéristique. Le quantum q relie également la tension Vs à son mot numérique **N** :

$$\boxed{Vs = \frac{q}{1}\,.N}$$

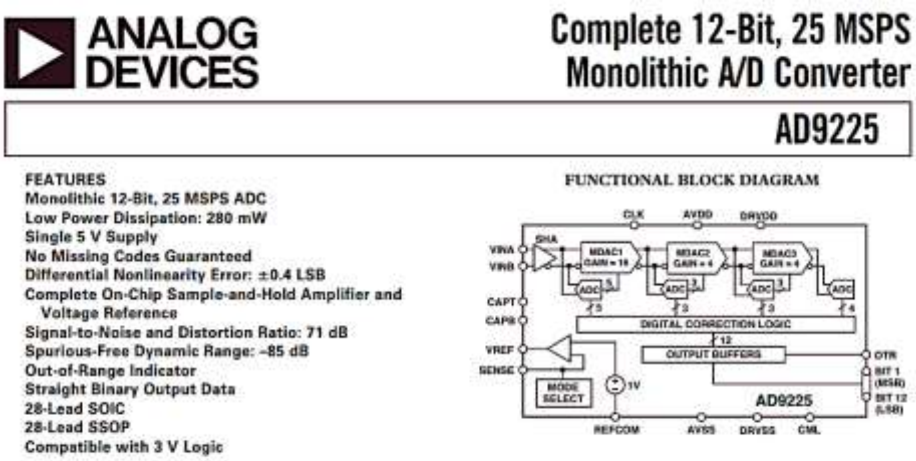
Exemple d'application 2	Les CNA

•Sachant que Smax= 10 V et Smin= 0 V pour un CNA de 8 bits,

1. Définir la valeur de q ;
2. Calculer la tension en sortie, pour les octets d'entrée 10010001 puis 00010110.

Exemple d'application 3	CAN AD9225

- Déterminer :
  - Le quantum
  - La résolution
  - Le temps de conversion
  - Calculer la tension d'entrée lorsque N=2001


ANALOG DEVICES

Complete 12-Bit, 25 MSPS Monolithic A/D Converter

AD9225

FEATURES
Monolithic 12-Bit, 25 MSPS ADC
Low Power Dissipation: 280 mW
Single 5 V Supply
No Missing Codes Guaranteed
Differential Nonlinearity Error: ±0.4 LSB
Complete On-Chip Sample-and-Hold Amplifier and Voltage Reference
Signal-to-Noise and Distortion Ratio: 71 dB
Spurious-Free Dynamic Range: -85 dB
Out-of-Range Indicator
Straight Binary Output Data
28-Lead SOIC
28-Lead SSOP
Compatible with 3 V Logic

FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

III. Numérisation du signal

1. Notions de base

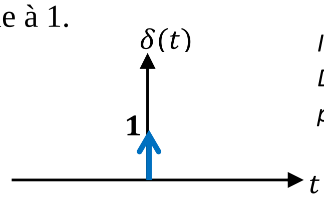
Cette partie consacrée à présenter quelques propriétés mathématiques qu'on doit utiliser pour étudier la numérisation du signal.

1.1. Les signaux non périodiques

On va traiter seulement deux signaux indispensables pour étudier l'échantillonnage : l'impulsion de Dirac et peigne de Dirac.

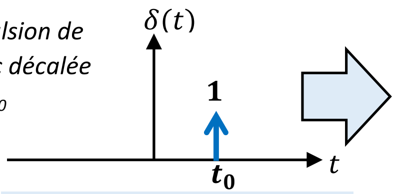
- **<u>Impulsion de Dirac</u>**

L'impulsion de Dirac correspond à une fonction porte dont la largeur T tendrait vers 0 et dont l'aire est égale à 1.



$$\delta(t) = \begin{cases} 1 \; si \;\; t = 0 \\ 0 \; si \; t \neq 0 \end{cases}$$

Impulsion de Dirac décalée pat t_0

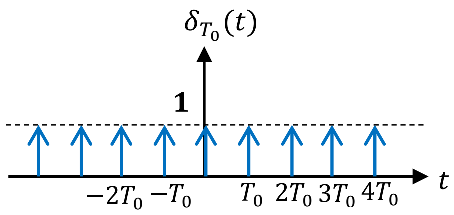


$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 1 \; si \;\; t = t_0 \\ 0 \; si \; t \neq t_0 \end{cases}$$

Propriétés

- $\int \delta(t)\, dt = 1$
- $x(t).\delta(t) = x(0)$
- $x(t).\delta(t - t_0) = x(t_0)$

- **<u>Peigne de Dirac</u>**



On appelle peigne de Dirac une succession périodique d'impulsions de Dirac $\delta_{T_0}(t)$: $\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k.T_0)$

T_0 est la période du peigne.

Cette suite est parfois appelée fonction d'échantillonnage ou train d'impulsions

1.2. La transformée de Fourier

On peut considérer la transformée de Fourier des fonctions non-périodiques comme une extension de la transformation précédente pour laquelle la période est infinie. L'intervalle de fréquence F0 tend alors vers zéro et le spectre devient alors une fonction continue [4]. D'où, la transformée de Fourier de s(t), notée S (f) : $\boldsymbol{s(t)} \longrightarrow \boldsymbol{S(f)}$

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft}\, dt$$

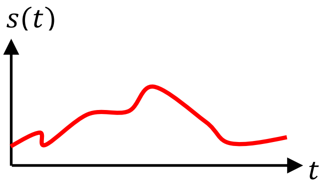
Ou

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)e^{j2\pi ft}\, df$$

Exemple :

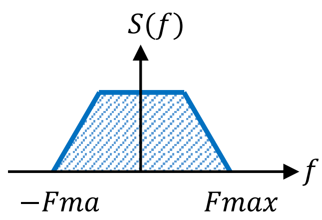
Régime temporel

Régime fréquentiel



Signal temporel

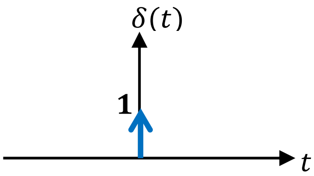
Transformation de Fourier $\longrightarrow$

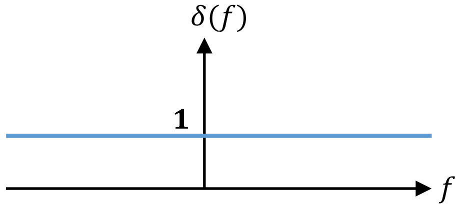


Spectre de S(f)

Dans ce contexte, nous allons utiliser la transformation de Fourier de la fonction du peigne de Dirac énoncé dans la parie 1.1.

- **<u>Impulsion de Dirac</u>**



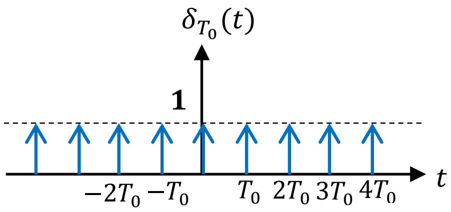


$$\delta(t) = \begin{cases} 1 \; si \;\; t = 0 \\ 0 \; si \; t \neq 0 \end{cases}$$

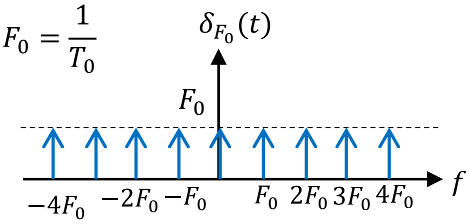
Transformation de Fourier →

$$\delta(f) = 1$$

- **<u>Peigne de Dirac</u>**



$$F_0 = \frac{1}{T_0}$$



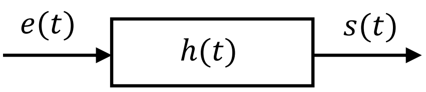
$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k.T_0)$$

Transformation de Fourier →

$$\delta_{F_0}(f) = F_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k.F_0)$$

1.3. La convolution

Dans le cas général, c'est-à-dire pour signal d'entrée quelconque, nous avons une relation mathématique qui lie le signal d'entrée e(t) et le signal de sortie s(t).



$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau).h(t-\tau)\,d\tau = e(t) * h(t)$$

$h(t)$: la réponse impulsionnelle de système

Cette opération, appelée « convolution » et notée *****, exprime la réponse à un signal quelconque à partir de celle à un signal type (réponse impulsionnelle) [4].

Propriétés

- Commutativité : $x * y = y * x$
- Associativité : $x * (y * z) = (x * y) * z$
- Distributivité par rapport à l'addition : $x * (y + z) = x * y + x * z$
- élément neutre (pic de Dirac) : $x * \delta = \delta * x = x$
- théorème de **Plancherel** : $x(t) * y(t) \;\; ➔ \;\; X(f).Y(f)$

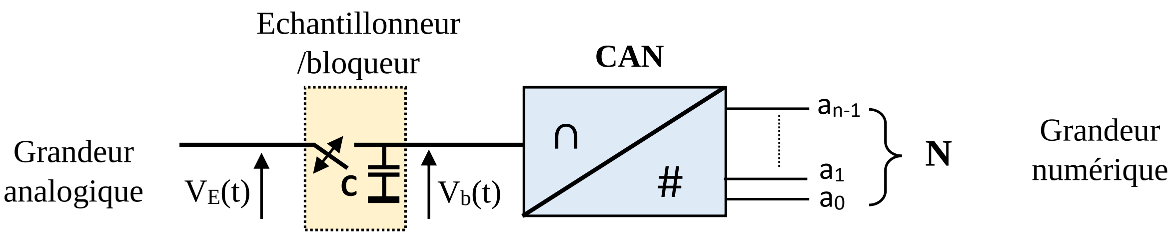
  $X(f) * Y(f) \;\; ➔ \;\; x(t).\,y(t)$

La numérisation de signal consiste à présenter un signal analogique à un signal numérique exploitable par les unités de traitements numériques.

Conceptuellement, la conversion analogique – numérique peut être divisée en trois étapes :

- **L'échantillonnage,**
- **La quantification :** transforme la valeur analogique de la grandeur d'entrée en un nombre fini de niveaux [2]
- **Le codage :** assigne une valeur numérique à chacun de ses niveaux [2]

Ce fonctionnement est rempli par un convertisseur analogique numérique CAN et un échantillonneur/bloqueur.



Dans ce cours on se limite seulement à l'opération **d'échantillonnage du signal**.

2. Echantillonnage

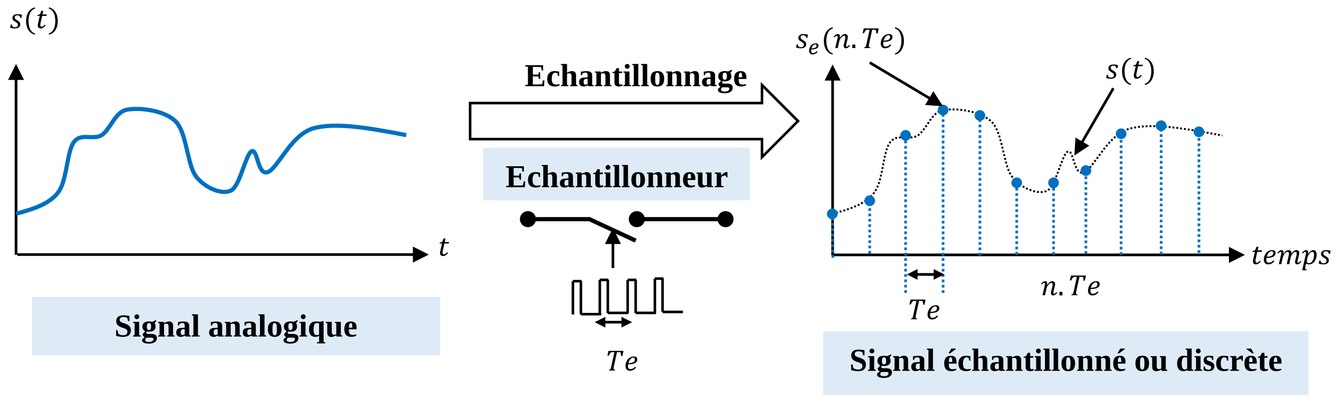
2.1. Introduction

L'échantillonnage consiste à représenter un signal **analogique continu $s(t)$** par un ensemble **des valeurs discrètes $s_e(n.Te)$.**

Avec : Te est la période d'échantillonnage

n est le nombre d'échantillon

Cette opération est réalisée par un circuit appelé l'échantillonneur, symboliser par un interrupteur.



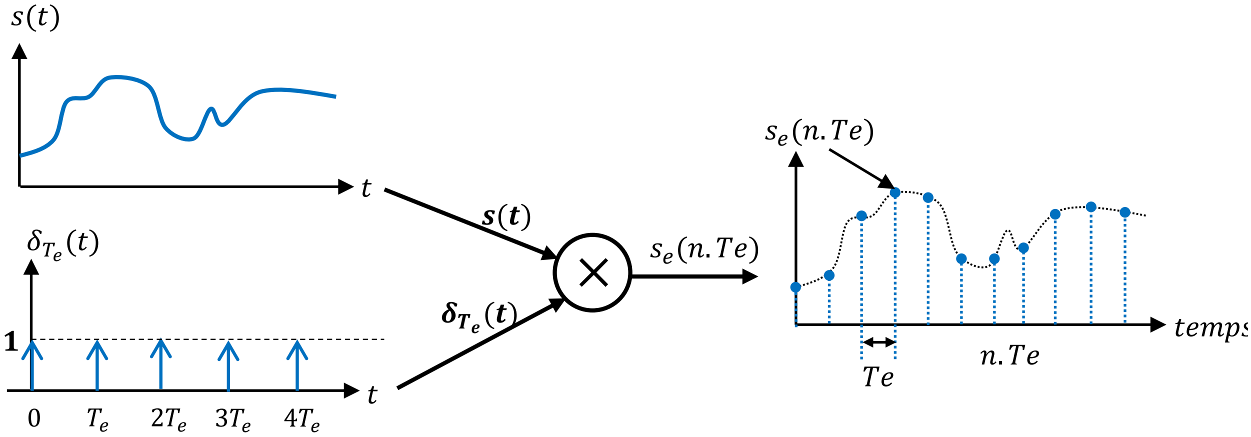
Dans une chaîne d'acquisition numérique, si le **pas d'échantillonnage est grand**, on **perd les détails de signal** (signal échantillonné), et si cette **période (pas) est très petite**, le nombre **d'échantillons prélevé devient important**, ce qui impose une mémoire d'acquisition de taille importante.

Il faut donc faire un compromis entre la qualité des traitements numériques et la minimisation des nombres de mesures (échantillons).

2.2.Aspects temporels l'échantillonnage.

L'obtention d'un signal échantillonné $s_e(n.Te)$ à partir d'un signal analogique $s(t)$ peut être modélisée mathématiquement dans le domaine temporel par la multiplication de s(t) par un peigne de Dirac de période Te (noté $\delta Te\ (t)$) [5]:

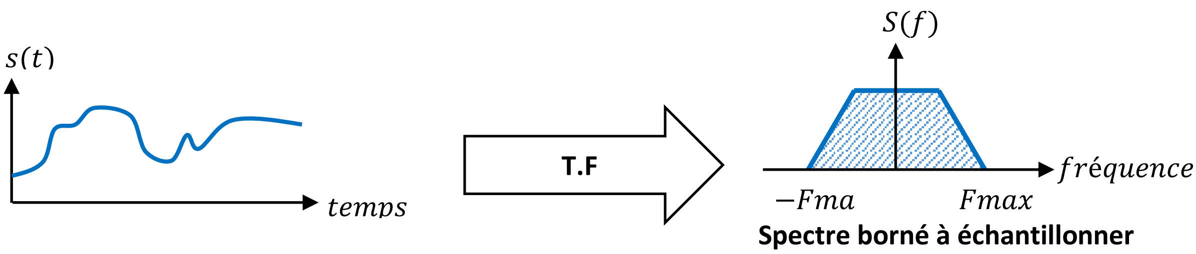
$$s(n.Te) = s(t).\delta_{T_e}(t) = s(t).\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n.T_e)$$



$$\delta_{T_e}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n.T_e)$$

2.3.Aspects fréquentiels de l'échantillonnage.

On suppose que le signal $s(t)$ a un spectre à support borné, c'est-à-dire que le spectre est limité : $Se(f) = 0$ pour $f > fmax$. Cette limitation spectrale est soit naturelle (répartition initiale du signal) [4],



La question essentielle à se poser est : le signal échantillonné $se(t)$ contient-il la même information que le signal initial $s(t)$?

Une manière de répondre à cette question est d'étudier le spectre $Se(f)$ du signal échantillonné $se(t)$ et de la comparer au spectre $S\ (f)$ du signal initial $s(t)$.

D'après le **théorème de Plancherel**, le spectre du signal échantillonné sera donné par le produit de convolution du spectre du signal initial avec la transformée de Fourier de la suite de pics de Dirac [4] (voir partie 1) :

On a : $se(n.Te) = s(t).\delta_{T_e}(t)$

⇨ $Se(f) = S(f) * \delta_{F_e}(f)$ ← **Théorème de Plancherel**

⇨ $= S(f) * F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - n.F_e)$

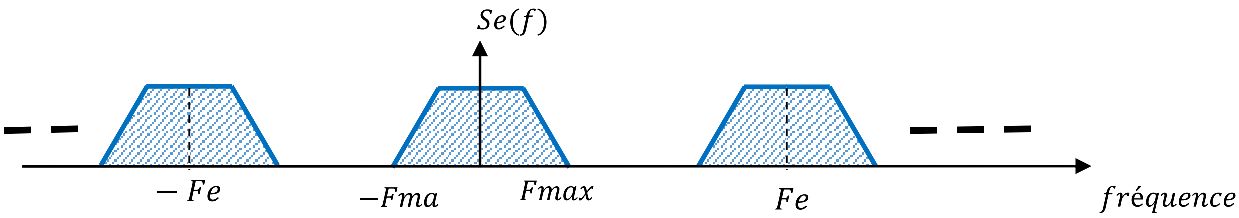
⇨ $= F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f) * \delta(f - n.F_e)$

⇨ $= F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)$ ← Élément neutre (pic de Dirac)

Par conséquent, le spectre de l'échantillonné $S\,e\,(f)$ s'obtient en périodisant avec une période égale à Fe, sur l'axe des fréquences, la transformée de Fourier $S\,(f)$ du signal initial $s(t)$ multiplié par Fe :

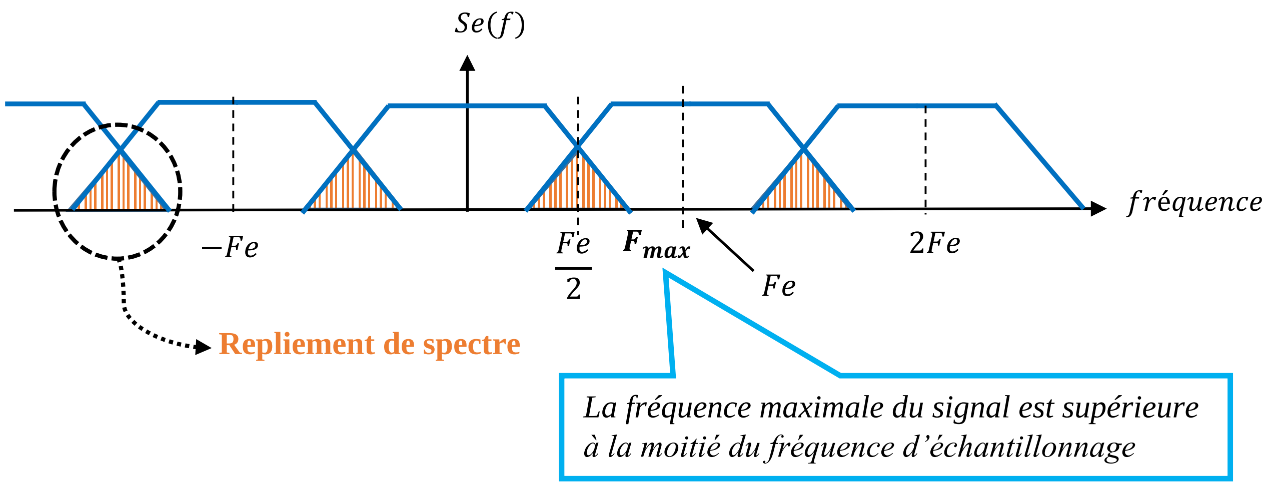
$$\boldsymbol{Se(f) = F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)}$$

le spectre de l'échantillonné $S\,e\,(f)$:



2.4.Repliement de spectre

Le repliement de spectre apparait lorsque la fréquence d'échantillonnage Fe est plus proche de la fréquence maximale $fmax$ du signal numérisé.



Pour éviter les problèmes de repliement de spectre, il faut respecter **le théorème de Shannon**

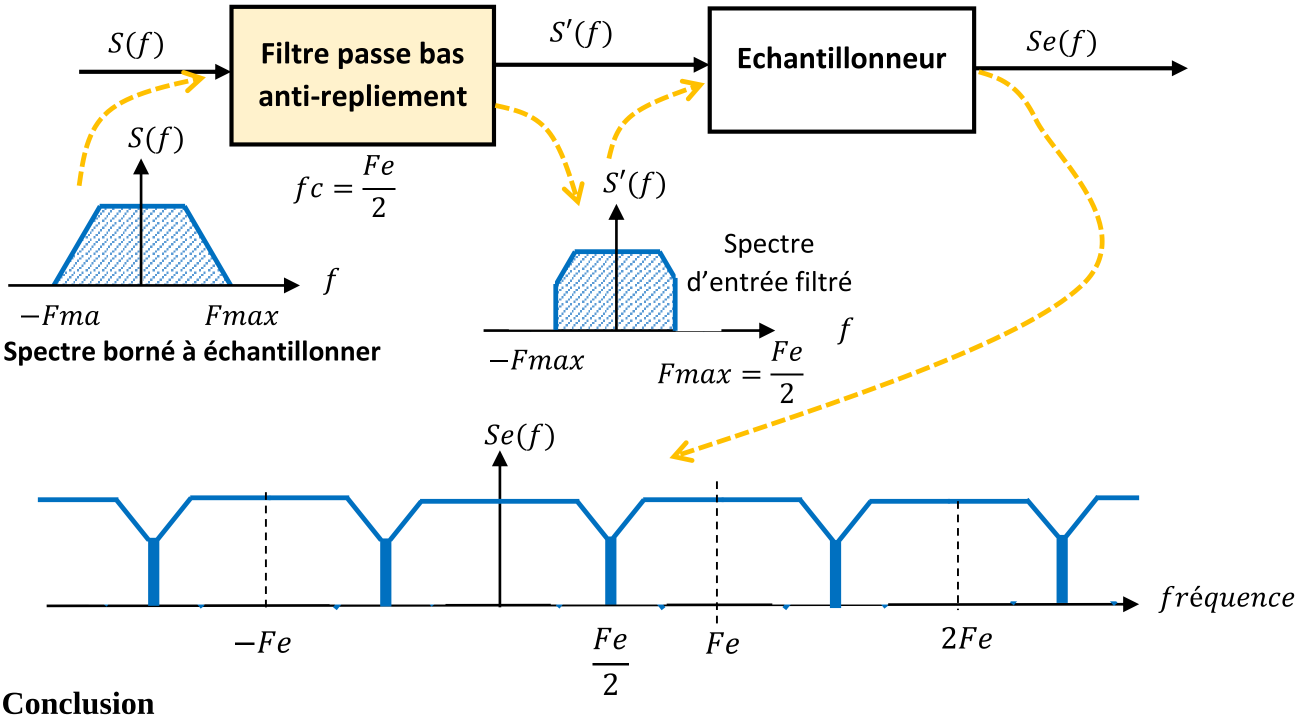
<u>Théorème de Shannon :</u>

La fréquence d'échantillonnage, soit égale ou supérieure à deux fois la fréquence maximale $fmax$ contenue dans le signal initial : $\boldsymbol{Fe \geq 2\,fmax}$

<u>Si la conduction de Shannon n'est pas vérifiée :</u>

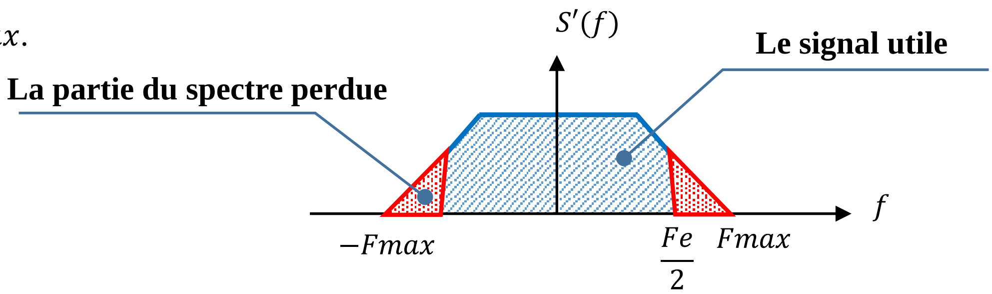
Pour éviter les répliques indésirables dues au repliement, il est indispensable que le spectre du signal ne dépasse en aucun cas la fréquence de Nyquist : Fe/2. [4]

La solution est de faire précéder l'échantillonneur d'un filtre passe-bas anti-repliement, dont la fréquence de coupure est la fréquence de Nyquist, de manière à supprimer toute fausse fréquence.



Conclusion

Avec un filtre passe bas anti-repliement, le spectre du signal échantillonné $Se(f)$ n'est pas distordue même que c'est difficile d'extraire le spectre de base, mais nous avons perdu une partie du spectre de $\frac{Fe}{2}$ à $fmax$.



Références

[1] Lycée Jules Ferry , Conversion Analogique Numérique CAN ou Numérique Analogique (CNA), FRANCE: Lycée Jules Ferry .

[2] C. François, Génie électrique cours complet illustré, FRANCE : Elipse , 2005.

[3] M.SALMANI, Conversion N/A et A/N, Tanger : LQTMY-Tanger.

[4] mines-stetienne, «Conversions analogique - numérique et numérique - analogique,» france , 2009.

[5] F. Cottet, Aide mémoire: traitement du signal, france: dunod, 2017.