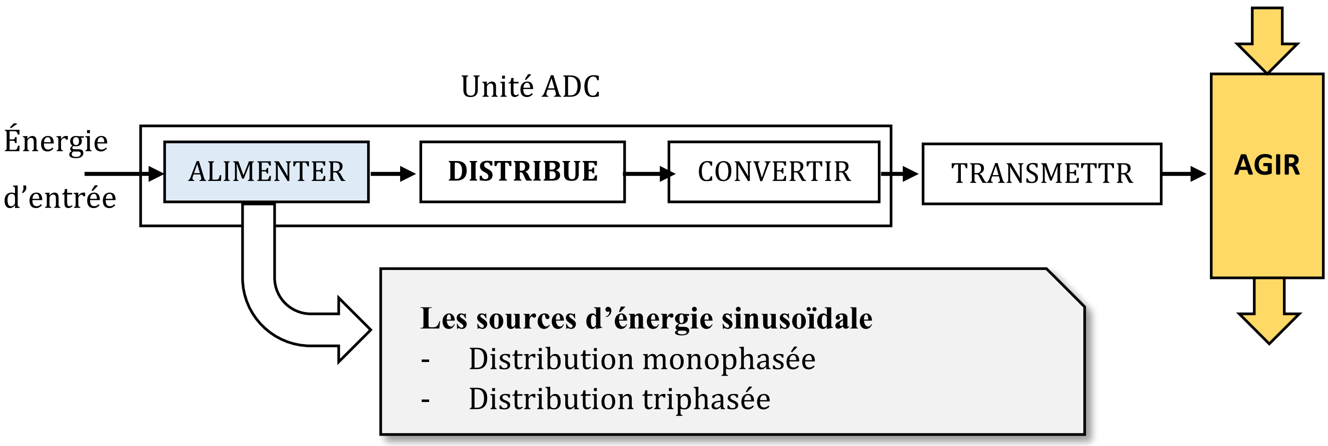
Les fonctions alternatives sinusoïdales sont très présentes dans le monde des électriciens et des électroniciens. On les rencontre dans la distribution de l'énergie électrique et dans les moteurs électriques mais aussi dans de multiples domaines de l'électronique et du traitement de signal.

Pour plusieurs raisons, les régimes sinusoïdaux ont une très grande importance en électricité :

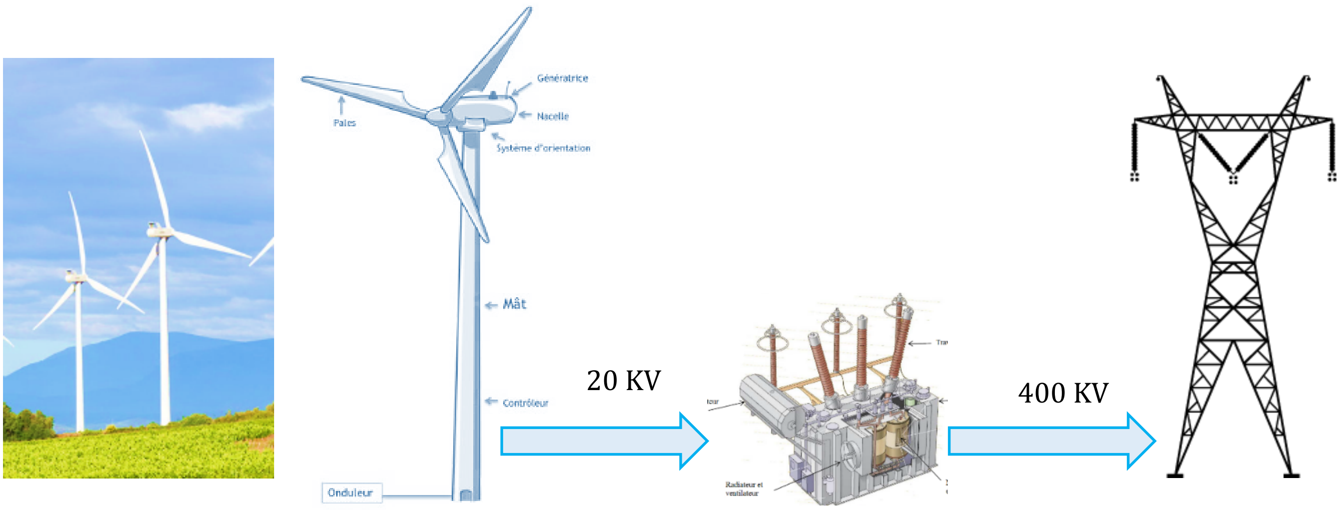
- La majeure partie de l'énergie électrique consommée dans le monde est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales.
- Le régime sinusoïdal sert de base à l'étude des signaux périodiques par l'intermédiaire de la transformation de Fourier (chapitre suivant).

Dans l'architecture fonctionnelle générique d'un système pluritechnologique, **les sources d'énergie sinusoïdale** assurent la fonction « **ALIMENTER** » de la chaîne d'énergie

Chaîne d'énergie



Exemple : Centrale éolienne



Vent → **Pales** → **Multiplicateur** → **Alternateur** → **Transformateur** → **ONE**

I. Moyenne de production életrique

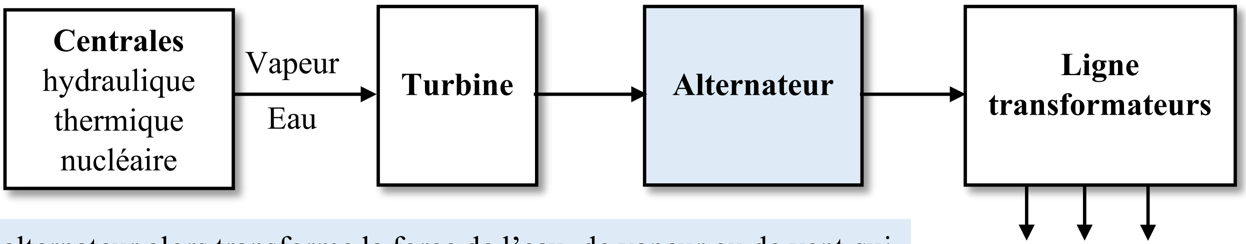
Quand elle n'est pas d'origine chimique (batterie ou accumulateur : stockage de l'énergie électrique) ou photovoltaïque (énergie solaire), l'électricité est toujour produite selon le même principe : la **trnasformation** d'une **énergie mécanique** en **énergie électrique**.

Figure 1: centrale hydraulique

Figure 3: centrale thermique

Figure 2: centrale nucléaire

La majorité des centrales de production de l'électricité est basé sur le schéma suivant :

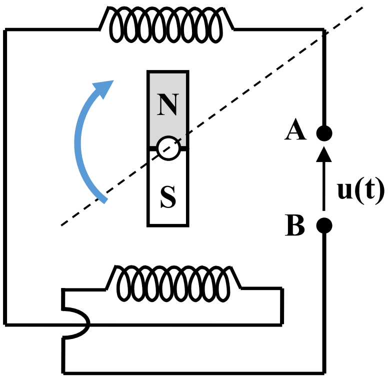


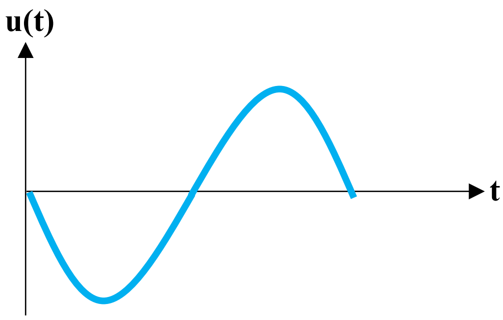
L'alternateur alors transforme la force de l'eau, de vapeur ou de vent qui vont entraîner en rotation un aiment, le courant distribué est **alternatif monophasé** ou **triphasé** selon la conception de l'alternateur.

Alimentation
Monophasée 220 V
Triphasée 220 /380V

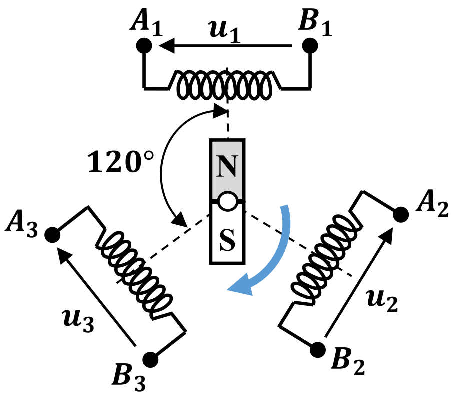
Alternateur

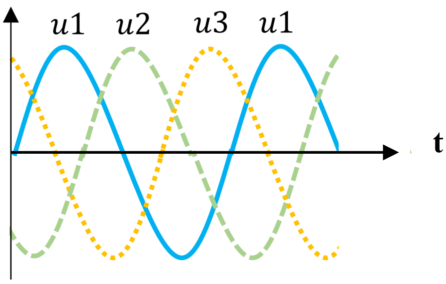
Alternateur monophasé





Alternateur triphasé





Ce présent chapitre a pour but de préciser les différentes façons de décrire une fonction alternative sinusoïdale. Puis, nous aborderons le calcul des circuits électriques en régime alternatif sinusoïdal et finalement nous finasserons par le calcul de puissance en régime alternatif.

II. Distribution monophasée

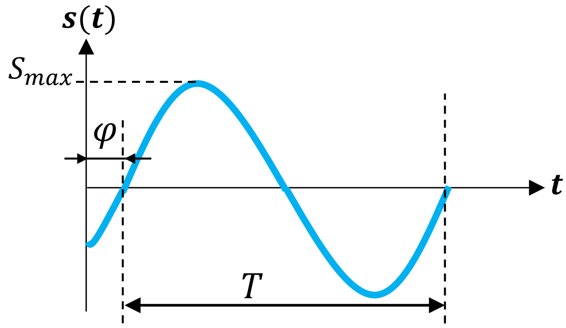
1. Représentation des grandeurs sinusoïdales en régime temporel

Une fonction alternative sinusoïdale est définie par :

$$s(t) = S_{max}\ \sin(\omega\, t - \varphi)$$

Avec :

- **S_{max}** : l'amplitude maximale
- **ω** : pulsation en rad/s
- **t** : le temps en s
- **φ** : phase à l'origine en rad
- **$\omega t + \varphi$** : phase à l'instant t en rad



Relations :

$$\omega = 2\pi . f$$

(f : la fréquence en Hz)

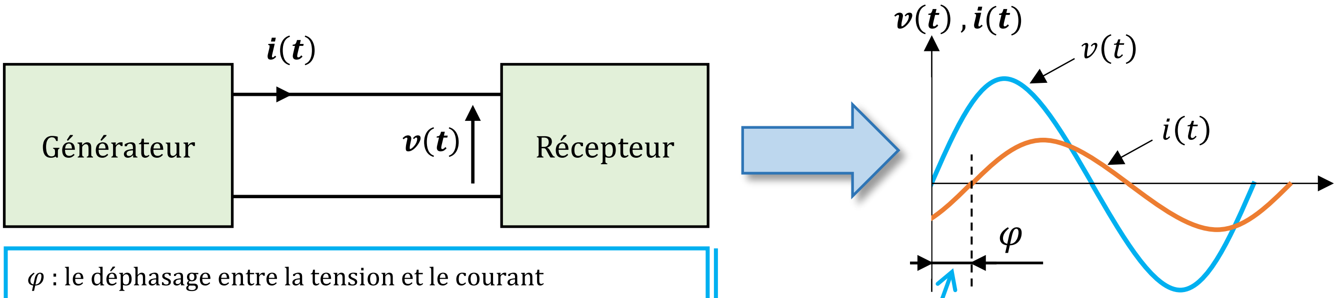
$$f = \frac{1}{T}$$

(T : la période en s)

$$S_{max} = \sqrt{2}.\ S$$

(S : la valeur efficace)

La grande majorité des **récepteurs électriques** sous tension sinusoïdale sont des récepteurs à tendance **inductive**. Ainsi, dans la plupart des cas, le courant i(t) traversant un dipôle est en **retard** par rapport à la tension u(t).



φ : le déphasage entre la tension et le courant
On dit que le courant est en **retard** par rapport à la tension dans ce cas ci-contre.

$u(t) = U.\sqrt{2}\ sin(\omega t)$
$i(t) = I.\sqrt{2}\ sin(\omega t - \varphi)$

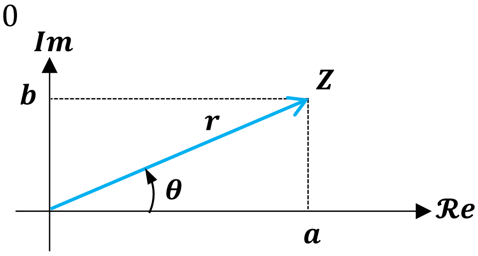
2. Représentation complexe des grandeurs sinusoïdales

Cette méthode est bien adaptée à l'usage de la calculette ou d'un logiciel de calcul mathématique. Elle donne des résultats précis lorsque on veut calculer la somme des signaux.

- **Rappel :**

Soit $\boldsymbol{Z = a + j\, b}$ un nombre complexe avec $Z \in \mathbb{C}$, $a > 0$ et $b > 0$

- Module de Z : $\boldsymbol{r = |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}}$
- Argument de Z : $\boldsymbol{\theta = \arg(Z) = arctg\left(\frac{b}{a}\right)}$
- Représentation vectorielle de Z (voir ci-contre)



- **Différentes formes pour écrire le complexe Z :**
  - $Z = r\left(\cos(\theta) + j\,.\sin(\theta)\right)$ (Forme **Trigonométrique)**
  - $Z = [r, \theta]$
  - $\boldsymbol{Z = r\, e^{j\theta}}$ (**Forme exponentielle**) la forme qu'on va utiliser par la suite.

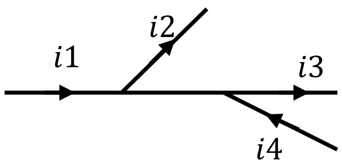
Application aux grandeurs sinusoïdales :

$\boldsymbol{i(t) = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)}$ $\boldsymbol{u(t) = U.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 0)}$

$\boldsymbol{\underline{I} = I.e^{-j\varphi}}$ $\boldsymbol{\underline{U} = U.e^{j\,0}}$

Exercice 1 :

Soient quatre conducteurs reliés entre eux et parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux de même fréquence.



$\boldsymbol{i2(t) = 2.\sqrt{2}\ \sin\left(15t - \frac{\pi}{4}\right)}$

$\boldsymbol{i3(t) = 4.\sqrt{2}\ \sin\left(15t - \frac{3\pi}{6}\right)}$

$\boldsymbol{i4(t) = 3.\sqrt{2}\ \sin(15t)}$

En utilisant les complexes et la calculatrice, calculer $i1(t)$.

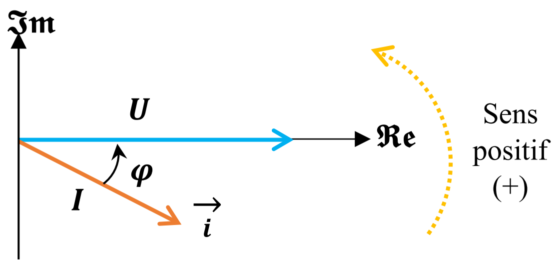
3. Représentation vectorielle (diagramme de Fresnel)

C'est la façon dont travaille un oscilloscope ou certains logiciels ; mais ce n'est pas très pratique lorsqu'il faut le faire à la main...

En général, nous n'utiliserons cette méthode que pour obtenir un ordre de grandeur de la somme. Le calcul précis se fera à la calculatrice par la méthode des complexes.

$u(t) = U.\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$

$i(t) = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)$



N.B : l'origine de phase ici est la tension u(t) car $\boldsymbol{\underline{U} = U.e^{j\,0}}$

Exercice 2 :

$u1(t) = 3.\cos(\omega t)$, $u2(t) = 4.\sin(\omega t)$. Uniquement par un diagramme de Fresnel à main levée, déterminer approximativement $u(t) = u1(t) + u2(t)$?

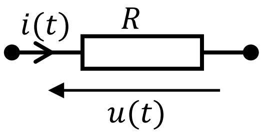
4. Les dipôles passifs

Il existe trois types de récepteur électrique dits (linéaire) :

- Les résistances
- Les inductances (selfs)
- Les condensateurs (capacités)

4.1. La résistance

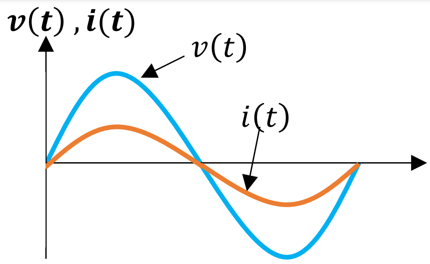
Symbole



Impédance

$\underline{Z}_R = R$ → $\underline{Z}_R = [R, 0]$; $\underline{Z}_R = R\, e^{j\,0}$

Représentation temporelle



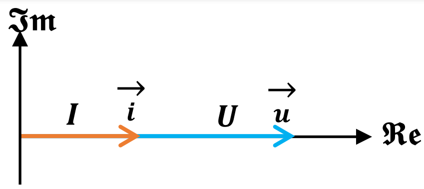
Module et la phase de $\underline{Z}_R$

$|\underline{Z}_R| = R$ $\varphi_R = 0$

Relation entre le courant et la tension

Domaine temporel	Domaine fréquentiel
$u(t) = R.i(t)$	$\underline{U} = R.\underline{I}$

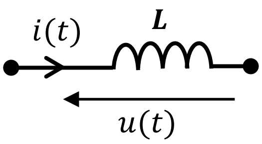
Représentation vectorielle



On dit que : la tension et le courant sont **en phase** (pas de déphasage).

4.2. L'inductance

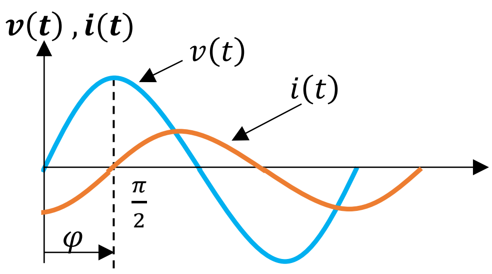
Symbole



Impédance

$\underline{Z}_L = jL\omega$ → $\underline{Z}_L = [L\omega, +\frac{\pi}{2}]$; $\underline{Z}_L = L\omega\, e^{j\frac{\pi}{2}}$

Représentation temporelle



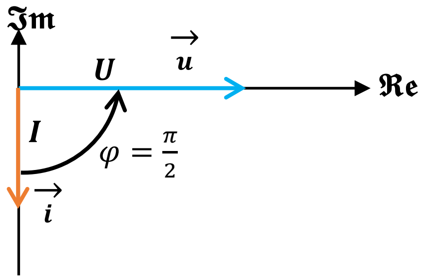
Module et la phase de $\underline{Z}_L$

$|\underline{Z}_L| = L\omega$ $\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$

Relation entre le courant et la tension

Domaine temporel	Domaine fréquentiel
$u(t) = L.\frac{d\,i(t)}{dt}$	$\underline{U} = jL\omega.\underline{I}$

Représentation vectorielle

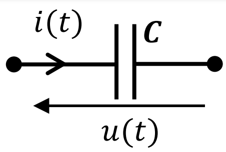


On dit que : le courant est en **retard** par rapport au tension (**déphasage arrière AR**).

Une **charge inductive** toujours possède un déphasage supérieur à zéro : $\boldsymbol{\varphi > 0}$

4.3. Le condensateur

Symbole



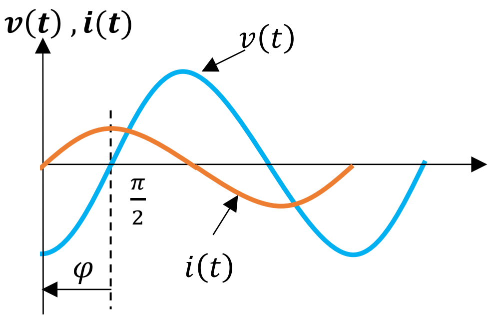
Impédance

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$$

$$\underline{Z}_C = [\frac{1}{C\omega}, -\frac{\pi}{2}]$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{C\omega}\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Représentation temporelle



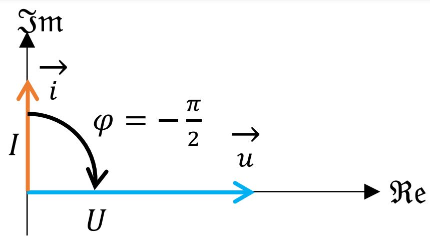
Module et la phase de $\underline{Z}_C$

$$|\underline{Z}_C| = \frac{1}{C\omega} \qquad \varphi_C = -\frac{\pi}{2}$$

Relation entre le courant et la tension

Domaine temporel	Domaine fréquentiel
$i(t) = C.\frac{d\,u(t)}{dt}$	$\underline{U} = \frac{1}{jC\omega}.\underline{I}$

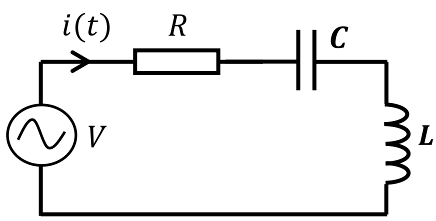
Représentation vectorielle



On dit que : le courant est en **avance** par rapport au tension (**déphasage avant AV**).

Une **charge capacitive** possède toujours un déphasage inférieur à zéro : $\boldsymbol{\varphi < 0}$

Exercice 3 :



1. Exprimer l'impédance équivalente vue par le générateur
2. Représenter les différentes grandeurs dans le diagramme de Fresnel.
3. En utilisant les complexes déterminer l'expression du courant i(t).
4. Quelle est la tendance de cette charge (inductif, capacitif ou résistif)

On donne : $V = 220\,V, R = 10\Omega\,, C = 10uF \;et\; L = 1mH$

5. La puissance en régime alternatif sinusoïdal

Le concept de puissance est un outil indispensable en **électrotechnique**, il permet d'ailleurs souvent d'avoir une **vision globale des systèmes** et de **résoudre facilement certains problèmes** par la technique du **bilan de puissance.**

5.1. Puissance instantanée

Un dipôle est le siège d'une tension $\mathbf{u}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{U}.\sqrt{\mathbf{2}}.\mathbf{sin}(\boldsymbol{\omega t})$ et d'un courant $\mathbf{i}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{I}.\sqrt{\mathbf{2}}\,\mathbf{sin}(\boldsymbol{\omega t} - \boldsymbol{\varphi})$

La puissance instantanée est le produit de la tension u(t) et le courant i(t) : $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{t}).\boldsymbol{i}(\boldsymbol{t})$

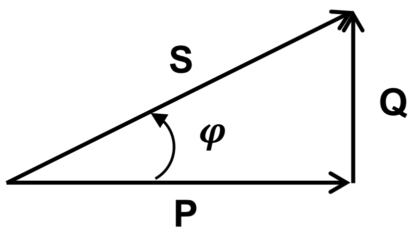
Donc : $$p(t) = \underbrace{U.I.\cos(\varphi)}_{Partie\ \boldsymbol{constate}} - \underbrace{U.I.\cos(2.\omega t - \varphi)}_{partie\ \boldsymbol{variable}}$$

> La partie variable de la puissance instantanée génère un moment de couple (couple variable), ce dernier crée des vibrations dans le cas des machines tournantes (inconvénient pour les machines).

5.2. Les différentes puissances

- La puissance active : $\boldsymbol{P = U.I.\cos(\varphi)}$ Unité : [W]
- La puissance réactive : $\boldsymbol{Q = U.I.\sin(\varphi)}$ Unité : [VAR]
- La puissance apparente : $\boldsymbol{S = U.I}$ Unité : [VA]

5.3. Triangle de puissances



$\boldsymbol{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$ $\boldsymbol{tg(\varphi) = \frac{Q}{P}}$

$\boldsymbol{sin(\varphi) = \frac{Q}{S}}$ $\boldsymbol{cos(\varphi) = \frac{P}{S}}$

5.4. Facteur de puissance

C'est un critère pour évaluer grossièrement la qualité (sous l'angle économique) d'une transmission de puissance électrique : $\mathbf{fp} = \boldsymbol{\frac{P}{S}}$

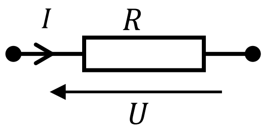
fp est toujours inférieur ou égal **1**

Cas particulier : **régime alternatif sinusoïdal**

$\text{fp} = \frac{P}{S} = \frac{U.I.\cos(\varphi)}{U.I}$ ➔ $\mathbf{fp} = \boldsymbol{cos(\varphi)}$

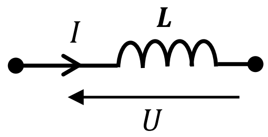
5.5. Puissance de dipôles passifs

- **Résistance**



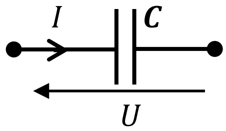
Puissance active		Puissance réactive
$P_R = R.I^2$	$P_R = \frac{U^2}{R}$	$Q_R = 0$ car $\varphi = 0$

- **Inductance**



Puissance active	Puissance réactive	
$P_L = 0$ car $\varphi = \frac{\pi}{2}$	$Q_L = L\omega\,.I^2$	$Q_L = \frac{U^2}{L\omega}$

- **Condensateur**



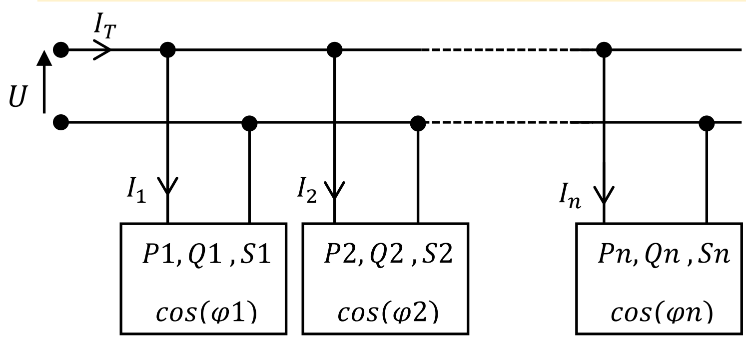
Puissance active	Puissance réactive	
$P_C = 0$ car $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	$Q_C = -\frac{I^2}{C\omega}$	$Q_C = -C\omega\,.U^2$

Remarques importantes

- La puissance **active** est **dissipée** toujours dans les **éléments résistifs** (résistances)
- La puissance **réactive** est **dissipée** toujours dans les éléments **réactifs** (bobines, capacités)
- Si $Q > 0$ **:** L'installation **consomme** de la puissance réactive, elle s'agit bien d'une installation à **tendance inductive**.
- **Si** $Q < 0$: L'installation fournit de la puissance réactive, elle s'agit bien d'une installation à tendance capacitive.

6. Théorème de Boucherot

La puissance active d'un système est l**a somme des puissances actives** des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la puissance apparente complexe. En revanche, **c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente**



$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n$$

$$S_T = \sqrt{{P_T}^2 + {Q_T}^2}$$

P_T : la puissance active totale **Q_T :** la puissance réactive totale **S_T :** la puissance apparente totale

Le courant en ligne total	Facteur de puissance de l'installation
$I_T = \frac{S_T}{U} = \frac{\sqrt{P_T{}^2+Q_T{}^2}}{U}$	$\mathbf{fp} = \cos(\varphi T) = \frac{P_T}{S_T}$

Trois erreurs d'écriture à éviter !!! : $S_T \neq S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n$, $I_T \neq I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$

ou $\cos(\varphi T) \neq \cos(\varphi 1) + \cos(\varphi 2) + \cos(\varphi 3) + \cdots + \cos(\varphi n)$!!!

7. Application Théorème de Boucherot : relèvement du facteur de puissance

Pour une installation de puissance donnée, fonctionnant sur un réseau de tension donnée, **l'intensité absorbée** $I = \frac{P}{U.\cos(\varphi)}$ est d'autant plus importante que le **facteur de puissance** $\cos(\varphi)$ **est faible**. Ceci occasionne des **pertes en ligne** excessives entraînant leur **surdimensionnement**.

Le fournisseur de l'électricité (ONE) impose donc un **facteur de puissance minimal** à **respecter**, faute de quoi l'entreprise est taxée pour toute consommation de puissance réactive excédentaire.

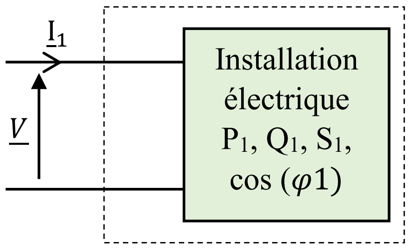
Les installations électriques industrielles sont à **dominante inductive** notamment à cause des bobinages des moteurs. On compense la puissance réactive qu'elles absorbent en **plaçant en parallèle** des dispositifs (**condensateurs, machines synchrone…) fournissant de l'énergie réactive(Q<0).**

Exemple : compensation d'une installation monophasée par condensateur

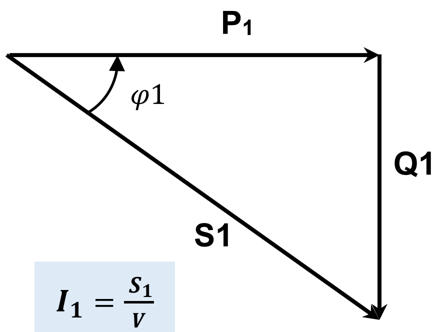
Installation électrique avant compensation

P_1, Q_1, S_1 puissance vues par le réseau

fp = $\cos(\varphi 1)$



Triangle de puissances

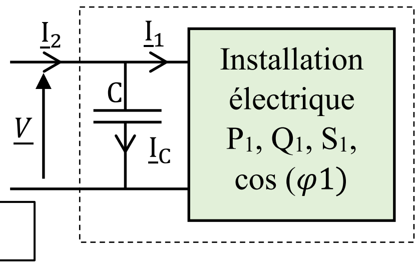


$I_1 = \frac{S_1}{V}$

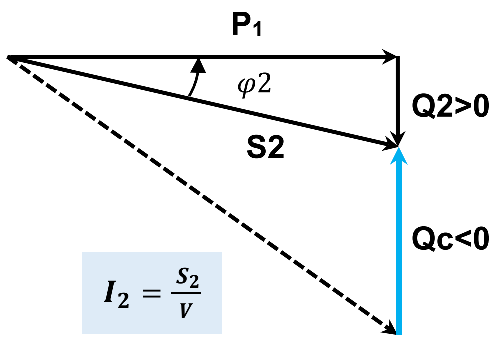
Installation électrique après compensation

P_1, Q_2, S_2 puissance vues par le réseau

f'p = $\cos(\varphi 2)$



Triangle de puissances



$I_2 = \frac{S_2}{V}$

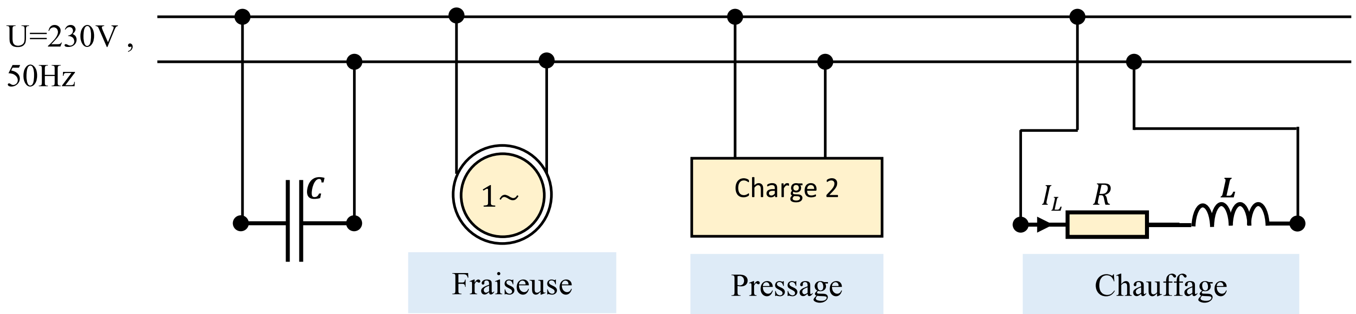
D'après le théorème de Boucherot, la puissance réactive de compensation Qc à installer est :

$$Qc = Q_2 - Q_1 \;\; \Rightarrow \;\; Qc = P_1(\tan\varphi 2 - \tan\varphi 1) \;\; \Rightarrow \;\; \boxed{C = P1\left(\frac{\tan\varphi 1 - \tan\varphi 2}{V^2\,\omega}\right)}$$

Après compensation, I_2 est beaucoup plus faible que I_1, ce qui se traduit **par une diminution de la section des câbles et des pertes en ligne** ainsi qu'une **réduction de la chute de tension.**

Exercice 3 : **installation électrique monophasé**

Un atelier monophasé est constitué de trois ensembles de machines, constituant les charges 1, 2 et 3, mises en parallèle sur la même tension sinusoïdale à 50 Hz de valeur efficace U=230 V.



$P1 = 22kW$ $\quad$ $P2 = 18kW$ $\quad$ $R = 0.85\,\Omega$

$Q1 = 30\ kVAR$ $\quad$ $\cos\varphi 2 = 0.87\ AV$ $\quad$ $L = 6.2\ mH$

- **Etude de chauffage**
  1. Exprimer l'impédance équivalente en fonction de R et L.
  2. Exprimer puis calculer la valeur efficace du courant I_L, la phase φ_L, et déduire l'expression instantanée $i_L(t)$.
  3. Représenter les différents vecteurs associés aux grandeurs électriques dans le plan vectoriel (diagramme de Fresnel). Déduire le type de charge ?
  4. Exprimer puis calculer la puissance active P_R, puissance réactive Q_L et la puissance apparente S_{RL}.
- **Etude du pressage**
  5. Calculer la puissance réactive Q2 et la puissance apparente S2. Déduire la valeur du courant I2.
  6. Quel est le type cette charge ?
- **Etude du pressage**
  7. Calculer la puissance apparente S1, le courant I1 et le facteur de puissance $cos(\varphi 1)$
- **Etude de l'installation**
  8. Calculer la puissance totale active P, la puissance totale réactive Q et la puissance totale apparente S
  9. Calculer le courant en ligne I et le facteur de puissance fp de cette installation. Ce facteur est-il tolérable par les fournisseurs de l'énergie électrique ?
  10. Quelle doit-être la valeur de la capacité $\boldsymbol{C}$ d'une batterie de condensateurs C pour relever le facteur de puissance de fp à fp' = 0,95 ?

III. Distribution triphasée

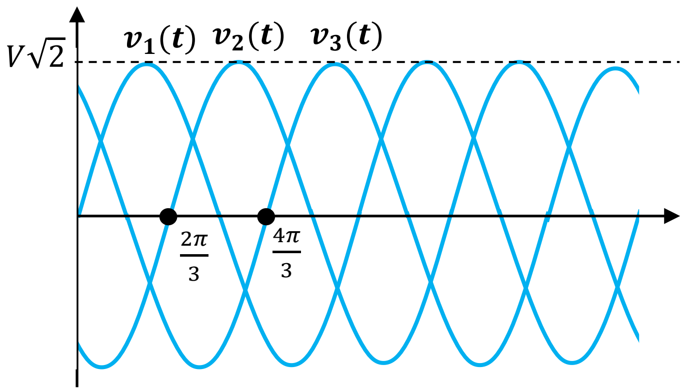
L'énergie électrique distribuée en triphasé concerne principalement les entreprises. Les puissances mises en jeu sont parfois considérables, avec des conséquences économiques importantes.

Son intérêt est multiple :

- Pour fournir la même puissance à deux charges équivalentes, le réseau triphasé nécessite paradoxalement deux fois moins de cuivre que le réseau monophasé ;
- Les machines électriques qui produisent et utilisent ces tensions fonctionnent de façon optimale en régime triphasé.

1. Définition

Un système triphasé équilibré de tensions (ou de courants) est formé de 3 grandeurs sinusoïdales de **même valeur efficace**, de **même fréquence** et **déphasées de 120°** les unes par rapport aux autres. Le réseau de distribution publique délivre un système triphasé équilibré de tensions.



Expressions temporelles

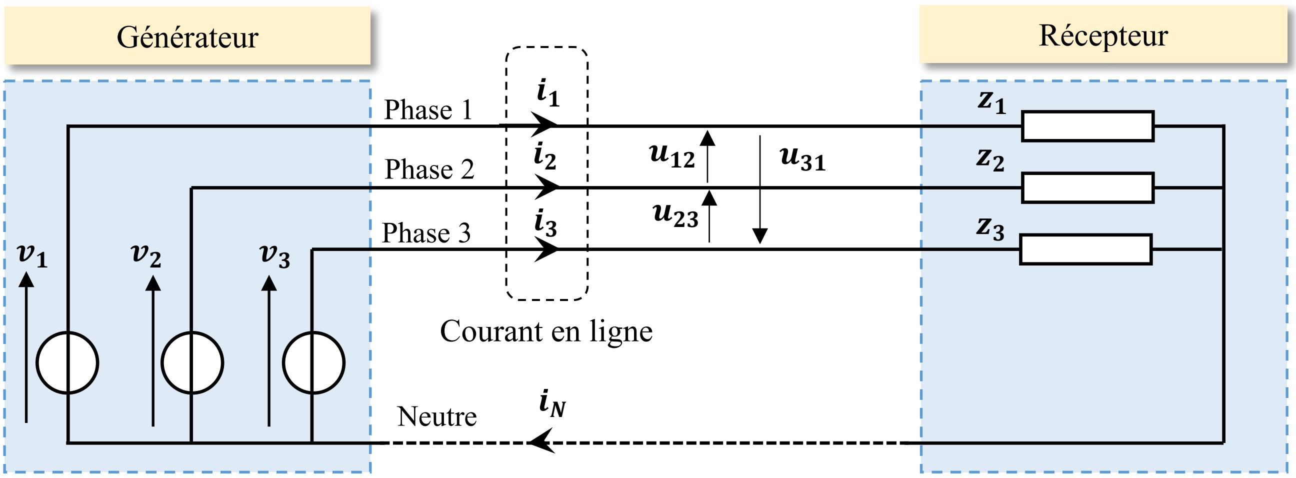
- $v_1(t) = V\sqrt{2}\,.sin(\omega t)$
- $v_2(t) = V\sqrt{2}\,.sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$
- $v_3(t) = V\sqrt{2}\,.sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$

2. Tension simples et composées

2.1. Définition

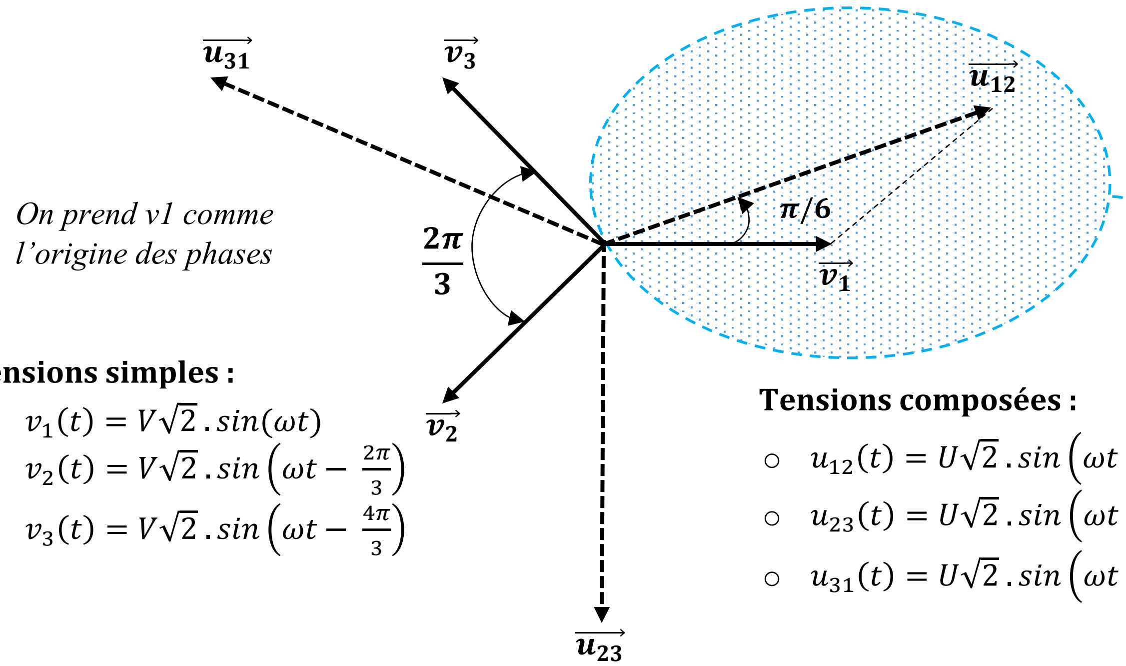
Une installation triphasée comporte

- **Trois (3) fils** de ligne identiques appelés **phases**
- **Un quatrième** fil appelé **neutre**.



- **La tension simple v_i** est la différence de potentiel entre la phase i et le neutre.
- **La tension composée $u_{ij} = v_i - v_j$** est la différence de potentiel entre deux phases $\boldsymbol{i}$ et $\boldsymbol{j}$.

2.2. Représentation de Fresnel



Tensions simples :

- $v_1(t) = V\sqrt{2}\,.\,sin(\omega t)$
- $v_2(t) = V\sqrt{2}\,.\,sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$
- $v_3(t) = V\sqrt{2}\,.\,sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$

Tensions composées :

- $u_{12}(t) = U\sqrt{2}\,.\,sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$
- $u_{23}(t) = U\sqrt{2}\,.\,sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
- $u_{31}(t) = U\sqrt{2}\,.\,sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{2}\right)$

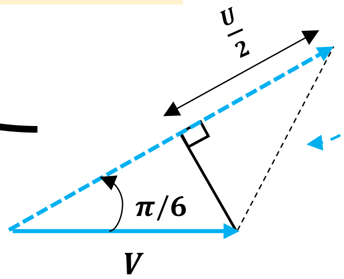
Les sommes vectorielles étant nulles, on peut écrire en valeurs instantanées que :

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0 \qquad \text{et} \qquad u_{12} + u_{23} + u_{23} = 0$$

Les tensions composées forment un système triphasé équilibré en avance de $\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$ sur celui des tensions simples

Leur valeur efficace : $\boldsymbol{U = \sqrt{3}\,V}$ car $\boldsymbol{\frac{U}{2} = V\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}$

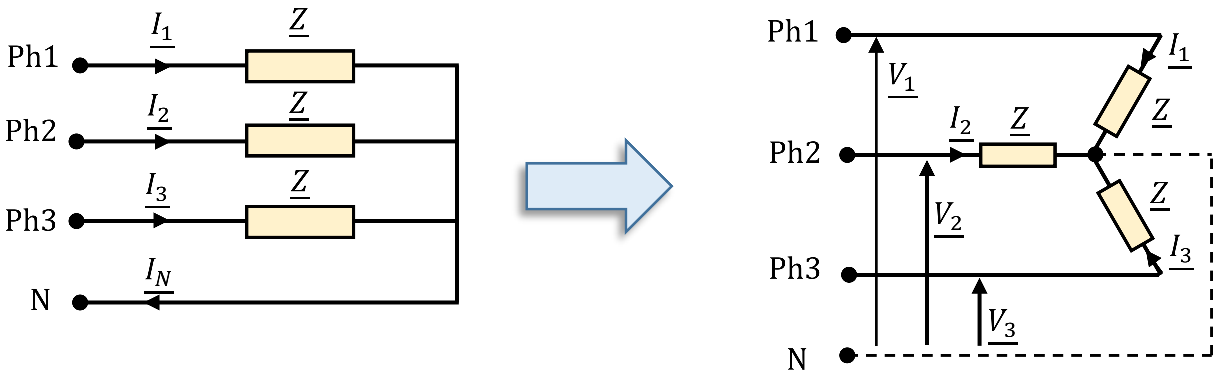
$$\boldsymbol{U = \sqrt{3}\,V}$$



3. Couplage en ETOILE et en TRIANGLE

3.1. Couplage étoile (Y)

Un récepteur triphasé équilibré couplé en étoile correspond aux représentations suivantes :



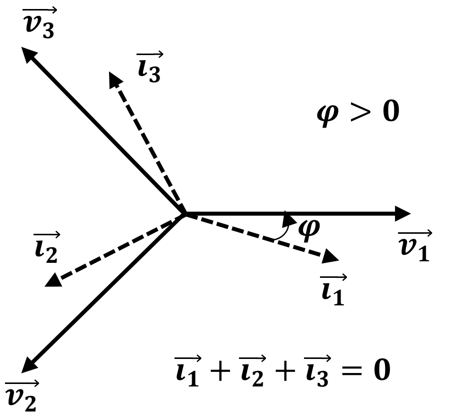
- **Représentation de Fresnel des courants en ligne**

  On suppose le récepteur triphasé de nature **inductive.**

  - $i_1(t) = \frac{I\sqrt{2}}{Z}.sin(\omega t - \varphi)$
  - $i_2(t) = \frac{I\sqrt{2}}{Z}.sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$
  - $i_3(t) = \frac{I\sqrt{2}}{Z}.sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)$

  Dans un couplage en étoile équilibré, on peut écrire :

  $$\boldsymbol{i1 + i2 + i3 = iN = 0}$$

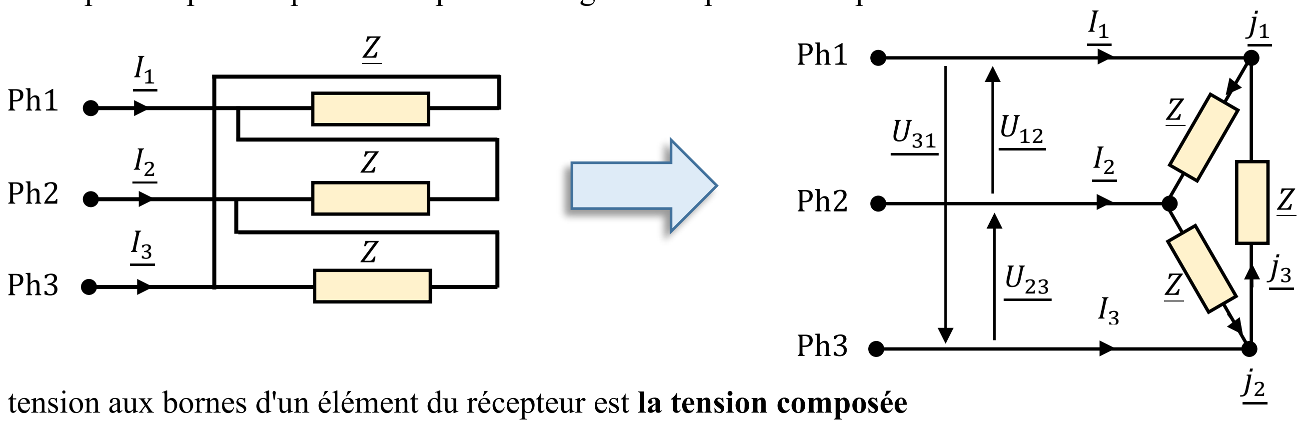


Remarque importante

Si les courants en ligne **forment un système triphasé équilibré**, alors le conducteur de neutre ne joue aucun rôle et **peut être supprimé.**

3.2. Couplage Triangle (Δ)

Un récepteur triphasé équilibré couplé en triangle correspond aux représentations suivantes :



La tension aux bornes d'un élément du récepteur est **la tension composée**

Le courant qui traverse chaque élément **n'est plus le courant en ligne I**. Il est noté **j**

- **Représentation de Fresnel des courants**

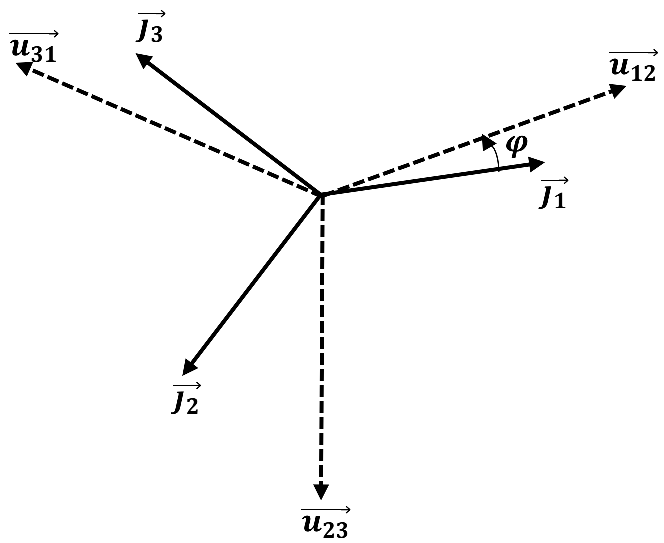
  On suppose le récepteur triphasé de nature **inductive.**

  Les relations entre i et j :

  - $i_1 = j_1 - j_3$
  - $i_2 = j_2 - j_1$
  - $i_3 = j_3 - j_2$

  Les expressions temporelles

  - $j_1(t) = \frac{J\sqrt{2}}{Z}.sin(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi)$
  - $j_2(t) = \frac{J\sqrt{2}}{Z}.sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varphi\right)$
  - $j_3(t) = \frac{J\sqrt{2}}{Z}.sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6} - \varphi\right)$

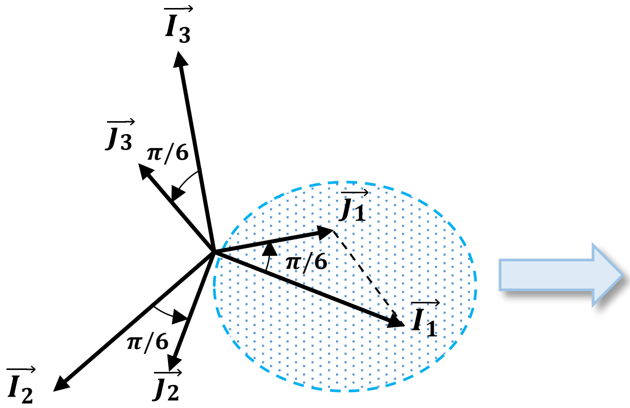


Dans un couplage en triangle équilibré, on peut écrire :

$$j1 + j2 + j3 = 0$$

Les courants dans les éléments forment un système triphasé équilibré en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur celui des courants en ligne.

Leur valeur efficace :



$$I = \sqrt{3}\,J$$

Avec :

I : valeur efficace des courants en ligne

J : valeur efficace des courants dans les récepteurs

4. Puissance en régime triphasé équilibré

Un récepteur triphasé équilibré peut être considéré comme l'association de 3 récepteurs monophasés identiques.

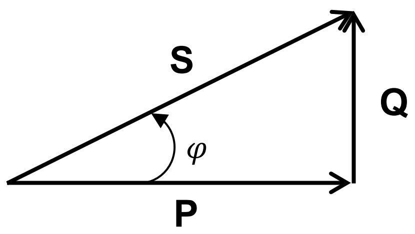
Couplage étoile		Couplage triangle	
$P_Y = 3V.I.\cos(\varphi)$	Unité : [W]	$P_\Delta = 3U.J.\cos(\varphi)$	Unité : [W]
$Q_Y = 3V.I.\sin(\varphi)$	Unité : [VAR]	$Q_\Delta = 3U.J.\sin(\varphi)$	Unité : [VAR]
$S_Y = 3V.I$	Unité : [VA]	$S_\Delta = 3U.J$	Unité : [VA]

- **V** : la tension simple, la tension entre phase et neutre
- **U** : la tension composée, la tension entre phases
- **I** : le courant en ligne
- **J** : courants dans les récepteurs

Quel que soit le couplage du récepteur, les expressions des puissances sont les mêmes en prenant :

Quel que soit le couplage du récepteur	
$P_Y = \sqrt{3}\,U.I.\cos(\varphi)$	Unité : [W]
$Q_Y = \sqrt{3}\,U.I.\sin(\varphi)$	Unité : [VAR]
$S_Y = \sqrt{3}\,U.I$	Unité : [VA]

5. Triangle de puissances



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$tg(\varphi) = \frac{Q}{P}$$

$$sin(\varphi) = \frac{Q}{S}$$

$$cos(\varphi) = \frac{P}{S}$$

6. Facteur de puissance

C'est un critère pour évaluer grossièrement la qualité (sous l'angle économique) d'une transmission de puissance électrique :

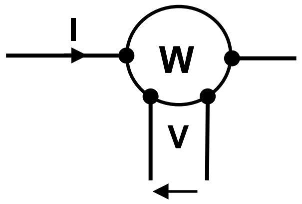
$$\text{fp} = \frac{P}{S}$$

Cas particulier : **régime alternatif sinusoïdal**

$\text{fp} = \frac{P}{S} = \frac{U.I.\cos(\varphi)}{U.I}$ ➔ $\text{fp} = cos(\varphi)$

7. Mesure des puissances en triphasé

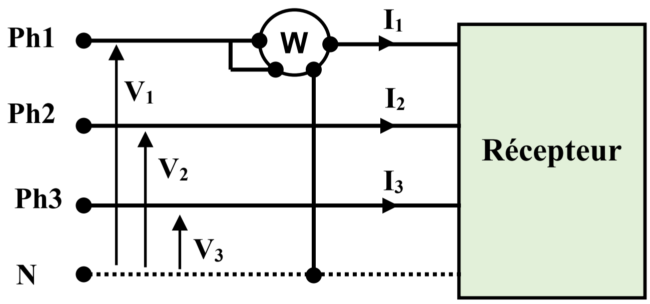
Le wattmètre est un appareil de mesure dont la déviation est proportionnelle à :



$$W = V.I.\cos(\vec{I},\vec{V}) = \vec{V}.\vec{I}$$

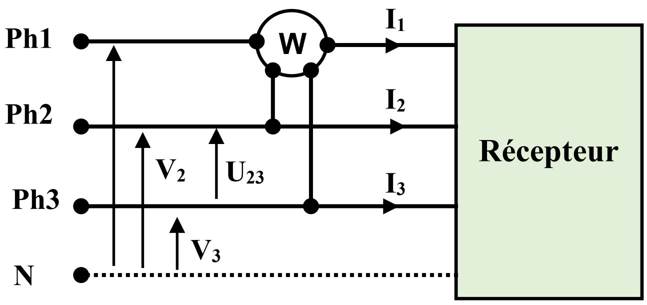
7.1. Mesure avec un wattmètre

Puissance active



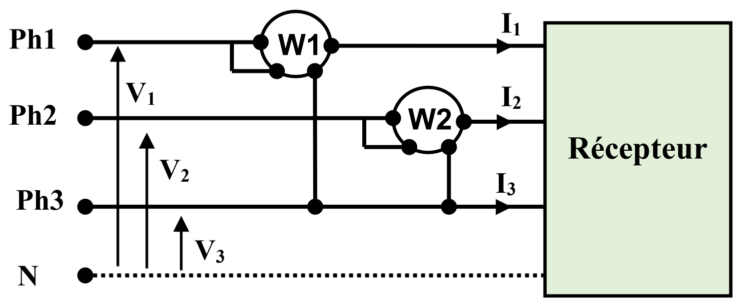
$$P = 3.W$$

Puissance réactive



$$Q = \sqrt{3}.W$$

7.2. Mesure avec un wattmètre



Puissance active

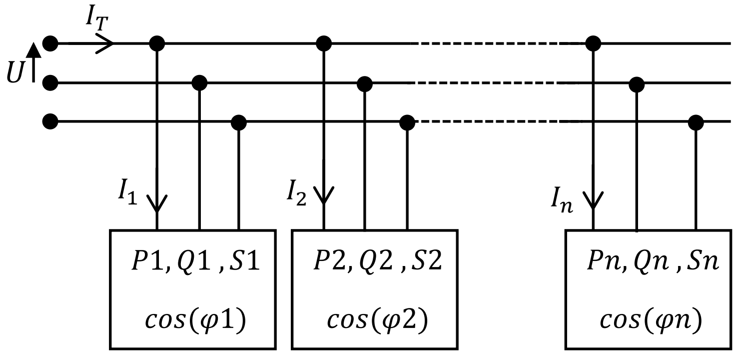
$$P = W1 + W2$$

Puissance active

$$Q = \sqrt{3}(W1 - W2)$$

8. Théorème de Boucherot

La puissance active d'un système est l**a somme des puissances actives** des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la puissance apparente complexe. En revanche, **c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente**



$$\boldsymbol{P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n}$$

$$\boldsymbol{Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots + Q_n}$$

$$\boldsymbol{S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}$$

Le courant en ligne total

$$\boldsymbol{I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3}\,U} = \frac{\sqrt{P_T^2+Q_T^2}}{\sqrt{3}\ U}}$$

Facteur de puissance de l'installation

$$\mathbf{fp} = \boldsymbol{cos(\varphi T) = \frac{P_T}{S_T}}$$

Trois erreurs d'écriture à éviter !!! : $S_T \neq S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n$, $I_T \neq I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n$ ou $cos(\varphi T) \neq cos(\varphi 1) + cos(\varphi 2) + cos(\varphi 3) + \cdots + cos(\varphi n)$!!!

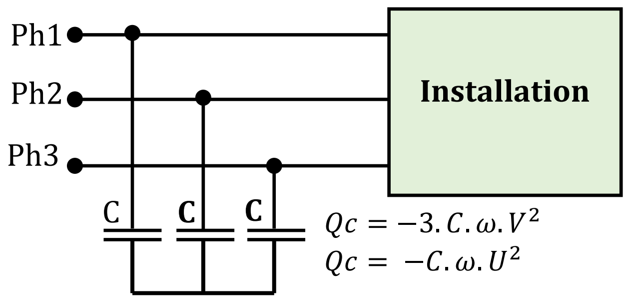
P_T : la puissance active totale **Q_T :** la puissance réactive totale **S_T :** la puissance apparente totale

- **Application de théorème Boucherot : relèvement du facteur de puissance**

  Lorsque le facteur de puissance fp est **inférieur à** un **facteur de puissance minimal**, ONE **taxe ce mauvais facteur** de puissance. Pour relever le facteur de puissance de fp1 à fp2 (plus fp2 s'approche de 1, meilleur c'est), il faut placer une **batterie de condensateurs C en tête** de l'installation. On détermine la capacité C d'un condensateur en utilisant la relation ci-dessous :

$$Qc = Q2 - Q2 \quad => \quad \boldsymbol{Qc = P.(\tan\varphi 2 - \tan\varphi 1) < 0}$$

Couplage étoile

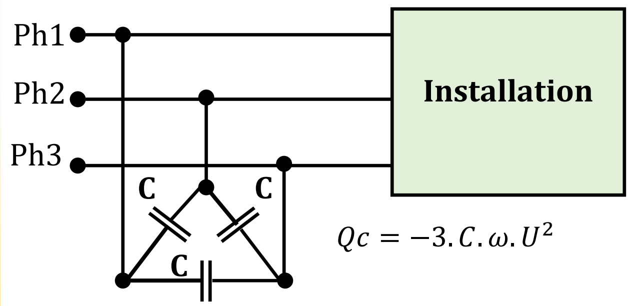


$Qc = -3.C.\omega.V^2$

$Qc = -C.\omega.U^2$

$$C = P\left(\frac{tg(\varphi 1)-tg(\varphi 2)}{\omega\,.U^2}\right)$$

Couplage triangle



$Qc = -3.C.\omega.U^2$

$$C = P\left(\frac{tg(\varphi 1)-tg(\varphi 2)}{3\ \omega\,.U^2}\right)$$

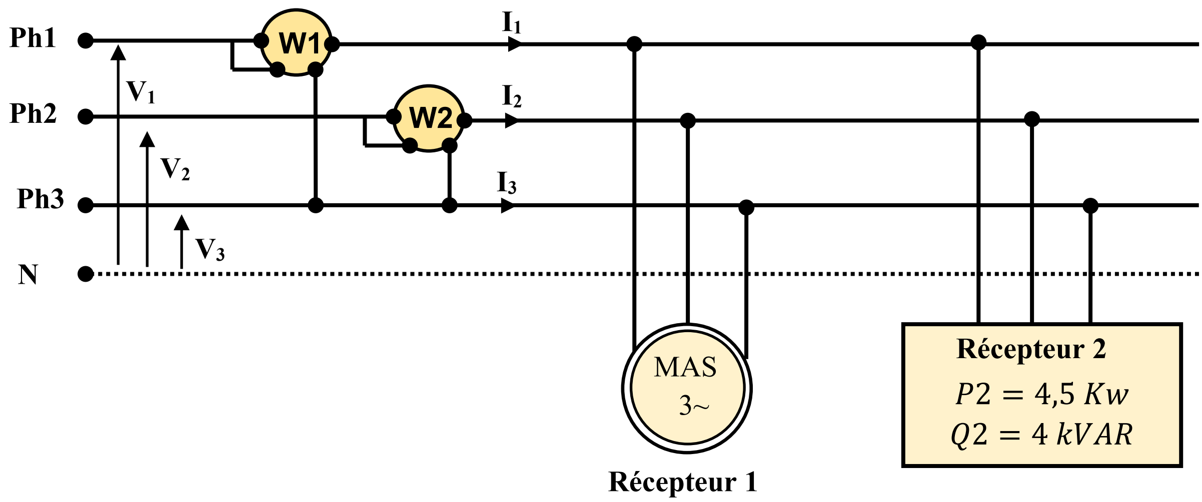
Utilisé de préférence car $\boldsymbol{C}$ est **plus faible,** alors cela coûte **moins cher** ainsi on évite le **surdimensionnement de l'installation**.

Exercice d'application :

Une installation triphasée 230 V / 400 V ; 50 Hz est composée :

D'un moteur asynchrone triphasé 230 V/ 400 V (MAS) de puissance utile Pu= 3 kW, η= 91 % et de facteur de puissance de 0,86 AR.

D'un récepteur triphasé équilibré qui absorbe la puissance active P2 = 4,5 kW et la puissance réactive Q2= 4 KVAR.



1. Citer deux avantage de triphasé par rapport au monophasé.
2. Calculer la puissance électrique $\boldsymbol{Pa}$ absorbée par le moteur.
3. Calculer la puissance réactive $\boldsymbol{Qm}$ absorbée par le moteur.
4. Calculer la puissance active totale $\boldsymbol{P}$ absorbée par l'installation.
5. Calculer la puissance réactive totale $\boldsymbol{Q}$ absorbée par l'installation.
6. En déduire la puissance apparente totale $\boldsymbol{S}$ de l'installation.
7. En déduire l'intensité en ligne $\boldsymbol{I}$ dans un fil de phase.
8. Calculer le facteur de puissance **fp** de l'installation.
9. Qu'indiquent les wattmètres **1** et **2** (on demande les valeurs de **W1** et **W2**).
10. Quelle doit-être la valeur de la capacité $\boldsymbol{C}$ d'une batterie de condensateurs C couplés en triangle pour relever le facteur de puissance de **fp** = 0,796 à **fp'** = 0,95 ?

Références :

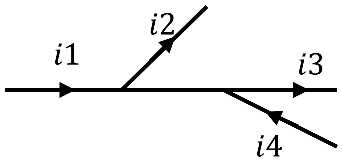
[1] M. Piou, «CH10- Energie et puissance électrique,» france , 2014.

[2] M. Piou, «CH12- la puissance en triphasé et sa mesure,» FRANCE , 2014.

[3] C. François, Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie - IUT, BTS, CPGE, FRANCE : Ellipses, 2016.

Correction exercice 1

Soient quatre conducteurs reliés entre eux et parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux de même fréquence.



$$\boldsymbol{i2(t) = 2.\sqrt{2}\ sin\left(15t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\boldsymbol{i3(t) = 4.\sqrt{2}\ sin\left(15t - \frac{3\pi}{6}\right)}$$

$$\boldsymbol{i4(t) = 3.\sqrt{2}\ sin(15t)}$$

En utilisant les complexes et la calculatrice, calculer $i1(t)$.

Pour calculer i1(t), il faut passer par les complexes des différents courants :

$i1(t) = i2(t) + i3(t) - i4(t)$ ➔ $\underline{I1} = \underline{I2} + \underline{I3} - \underline{I4}$

Avec : $\underline{I2} = 2\,e^{-j\frac{\pi}{4}}$; $\underline{I3} = 4\,e^{-j\frac{3\pi}{6}}$; $\underline{I2} = 3\,e^{-j\mathbf{0}} = 3$;

⇨ $\underline{I1} = \underline{I2} + \underline{I3} - \underline{I4}$

⇨ $\underline{I1} = 2\,e^{-j\frac{\pi}{4}} + 4\,e^{-j\frac{3\pi}{6}} - 3$

⇨ $\underline{I1} = 2\,\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \boldsymbol{j}\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) + 4\,\left(\cos\left(\frac{3\pi}{6}\right) - \boldsymbol{j}\ \sin\left(\frac{3\pi}{6}\right)\right) - 3$

⇨ $\underline{I1} = 2\,\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \boldsymbol{j}\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 4\,(0 - \boldsymbol{j}\,) - 3$

⇨ $\underline{I1} = 2\,\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \boldsymbol{j}\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 4\,(0 - \boldsymbol{j}\,) - 3$

⇨ $\underline{I1} = \left(\sqrt{2} - \mathbf{3}\right) + j\,\left(\sqrt{2} + 4\right)$, on le mettons sous la forme exponentielle donc :

⇨ $\underline{I1} = 5.64\,e^{-j\mathbf{1.85}}$

Alors l'expression du courant $i1(t)$ est : $\boldsymbol{i2(t) = 5.64.\sqrt{2}\ sin(15t - 1.85)}$

La méthode des complexes, il nous permet de simplifier les calculs sans passer par les calculs lord (calcul par la méthode trigonométrique).