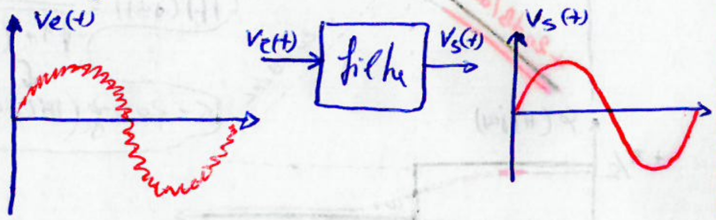
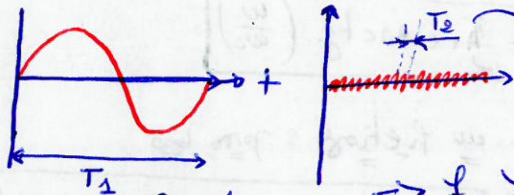
Filtres analogique

* Définit

Les filtres sont utilisés losqu'on désire supprimer une partie indésirable du signal



car $V_e(t) = V_e'(t) + V_e''(t)$



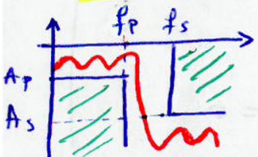
$\to f_2 = \dfrac{1}{T_2}$

$\to f_1 = \dfrac{1}{T_1}$ $\Rightarrow f_2 \gg f_1$

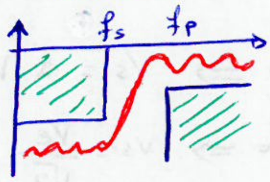
Partie utile — Partie à supprimer

* types des filtres : Notion de gabarit

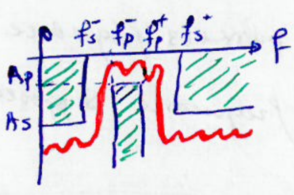
a/ passe bas

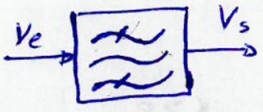


b/ passe haut

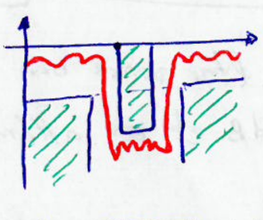


c - passe - bande





d/ Coupe bande

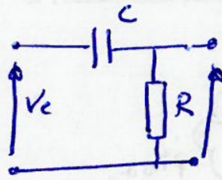


Ap : atténuat Max dans la bande passante

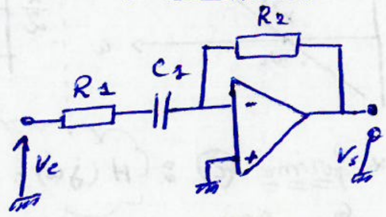
As : atténuat Min dans la bande coupée

Il existe deux famille de filtre

- filtres actifs : besoin d'alimentat
- filtres passifs : sans alimentat



filtre passif



filtre actif

* Methode de travail

- en travaillant dans le dommaine complexe
- exprimer la fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)}$$

gain du filtre $G(\omega)$

$$\boxed{G = 20 \log\left(|H(j\omega)|\right)}$$

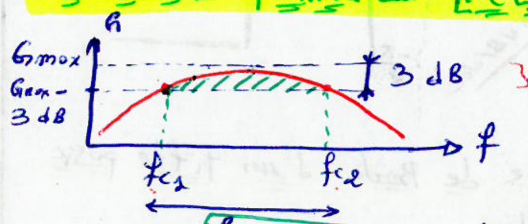
phase du filtre

$\varphi(\omega) = (\hat{V_s, V_e})$

$$\boxed{\varphi = \mathrm{Arctg}\left(\frac{Im(H)}{Re(H)}\right)}$$

- puis on trace le diagramme de bode

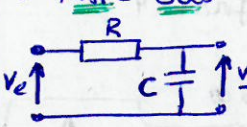
* la bande passante du filtre



$\boxed{B = f_{c2} - f_{c1}}$ → bande passante

A - filtres passifs 1ère ordre

* Passe bas



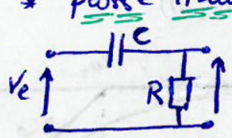
diviseur de tension

$$V_s(j\omega) = \frac{1/jC\omega \cdot V_e}{R + 1/jC\omega}$$

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}}$$

$$\frac{A}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{A = 1} \\ \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{RC}} \end{cases}$$

* passe Haut



Diviseur de tension

$$V_s(j\omega) = \frac{R}{R + 1/jC\omega} V_e(j\omega)$$

$$\boxed{H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$$

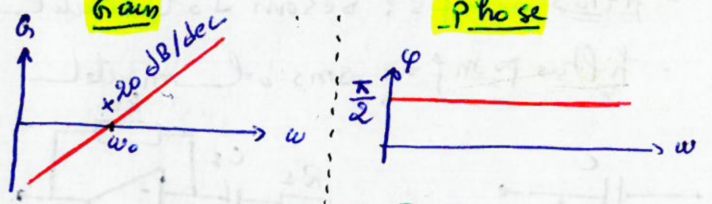
$$\frac{A j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{A = 1} \\ \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{RC}} \end{cases}$$

* Diagramme de Bode pour les filtres

=> les formes canoniques

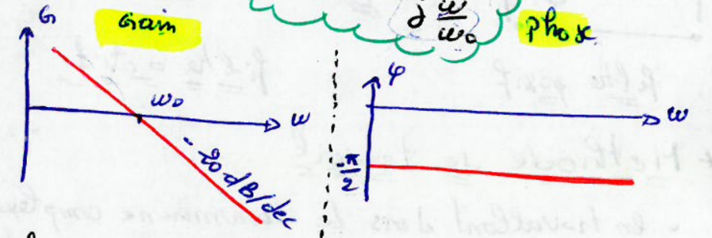
* forme ① : $H(j\omega) = j\frac{\omega}{\omega_0}$

Gain — Phase



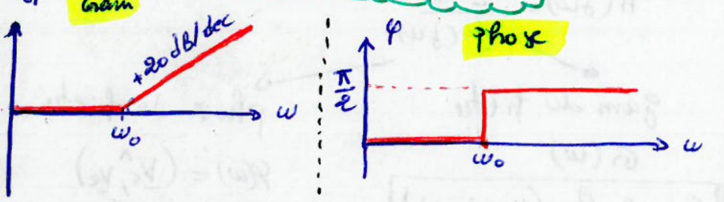
* forme ② : $H(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Gain — phase



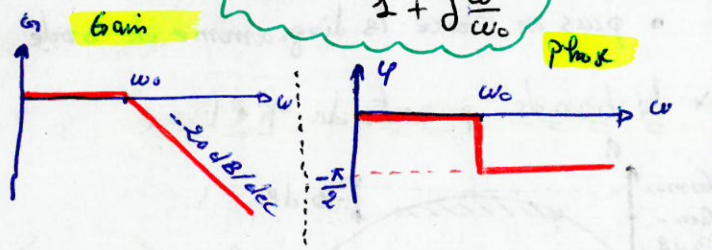
* forme ③ : $H(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{\omega_0}$

Gain — phase



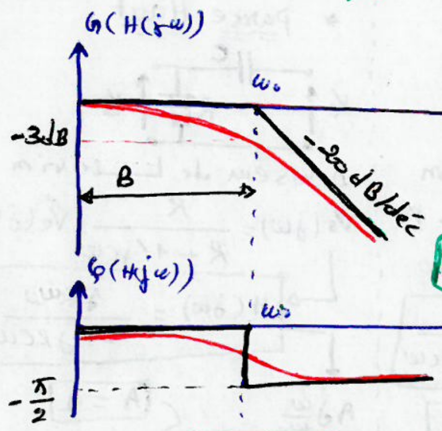
* forme ④ : $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Gain — phase



* diagramme de Bode d'un filtre passe bas 1ère ordre :

$$H(j\omega) = \frac{A}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \underbrace{A}_{>0} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}_{\text{forme 4}}$$



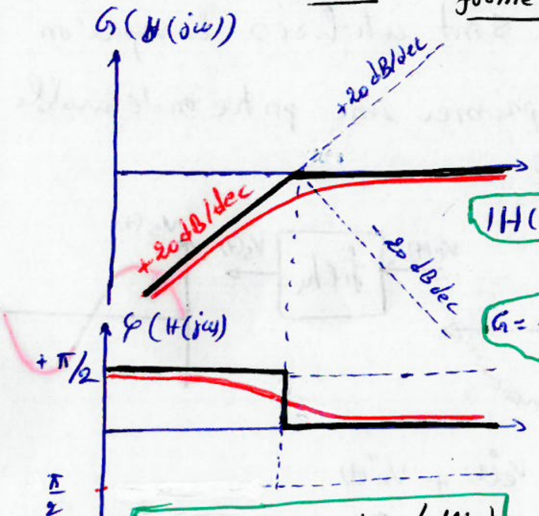
$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}}$$

$$\boxed{G = 20\log\left(\frac{A}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}\right)}$$

$$\boxed{G = -\text{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

* diagramme d'un filtre passe haut 1ère ordre

$$\begin{cases} H(j\omega) = \dfrac{Aj\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \underbrace{A \cdot j\frac{\omega}{\omega_0}}_{\text{forme 1}} \times \underbrace{\dfrac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}_{\text{forme 4}} \\ A > 0 \end{cases}$$



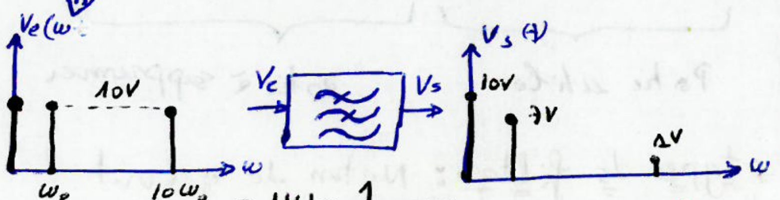
$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{A\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}}$$

$$\boxed{G = 20\log(|H(j\omega)|)}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{\pi}{2} - \text{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

Application au filtrage : passe bas

Supposons que : $\boxed{V(t) = 10 + 10\sin(\omega_0 t) + 10\sin(10\omega_0 t)}$



$$\begin{cases} |H| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \\ \varphi = -\text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \end{cases}$$

$f = 0 \Rightarrow V_s = 1 \cdot V_e \quad , \quad \varphi = 0$

$f = f_0 \Rightarrow V_s = \frac{V_e}{\sqrt{2}} \quad , \quad \varphi = \frac{-\pi}{4}$

$f = 10 f_0 \Rightarrow V_s = \frac{V_e}{10} \quad \varphi = -1.47$

$$\boxed{V_s(t) = 10 + 7\sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{4}\right) + 1 \cdot \sin(10\omega_0 t - 1.47)}$$

un filtre passe bas laisse passer les fréquences $\leq$ -3dB et atténuer les fréquences supérieur à ω_0

forme 5 : $H(j\omega) = K$

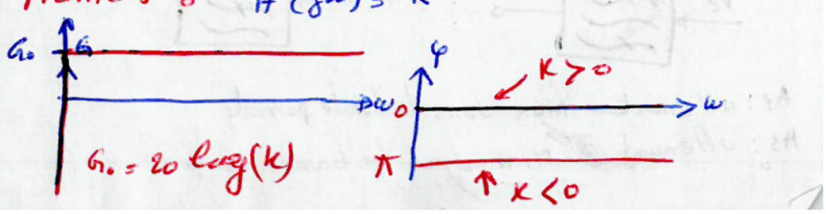
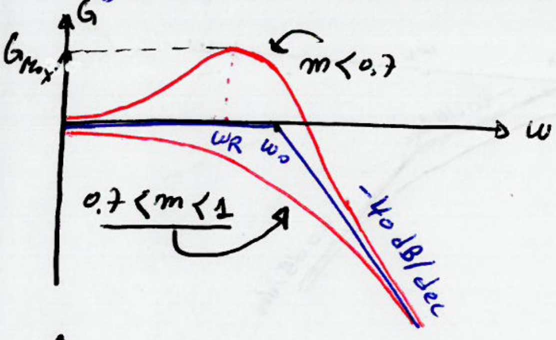
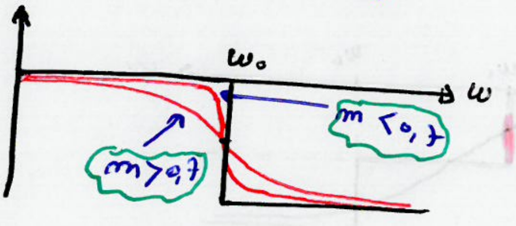


Diagramme de Bode $m < 1$



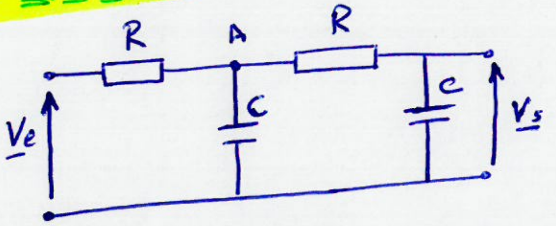


Le gain est maximal lorsque $\omega = \omega_R$, et égale

$$\boxed{G_{max} = 20 \log\left(\frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}\right)}$$

II - filtres 2ème ordre

*** structure**



*** fnct de transfert**

Millman

• $V_A = \dfrac{\frac{V_e}{R} + \frac{V_s}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + jC\omega} \Rightarrow \boxed{V_A = \dfrac{V_e + V_s}{2 + jRC\omega}}$ (1)

Diviseur de tension

• $V_s = V_A \dfrac{1/jC\omega}{1/jC\omega + R} \Rightarrow \boxed{V_A = V_s(1 + jRC\omega)}$ (2)

$1 = 2 \Rightarrow \boxed{H(j\omega) = \dfrac{1}{1 + 3jRC\omega + (jRC\omega)^2}}$

forme canonique d'un filtre passe bas

$$H(j\omega) = \frac{A}{1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

- A : gain statique
- m : facteur d'amortissement
- ω_0 : pulsation propre (rad/s)

Par identification : $\boxed{A = 1}$, $\boxed{m = \frac{3}{2}}$, $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$

*** Diagramme de Bode**

Pour le tracer, il faut analyser $H(j\omega)$:

on $Den(j\omega) = 1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$

Posons $X = j\omega \Rightarrow \boxed{Den(X) = 1 + \frac{2m}{\omega_0}X + \left(\frac{1}{\omega_0}X\right)^2}$

$\hookrightarrow \Delta = \frac{4}{\omega_0^2}(m^2 - 1) \Rightarrow$ Donc, il y a

3 cas : $m > 1$, $m = 1$, $m < 1$

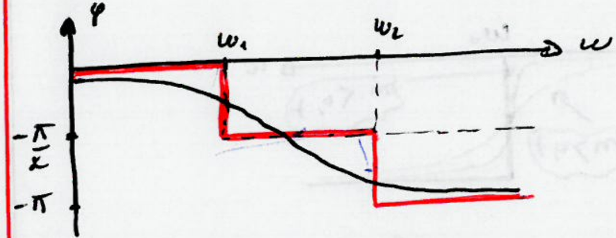
• **Pour $m > 1$:** deux solut réelle

$$\omega_{1/2} = m\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{m^2 - 1}$$

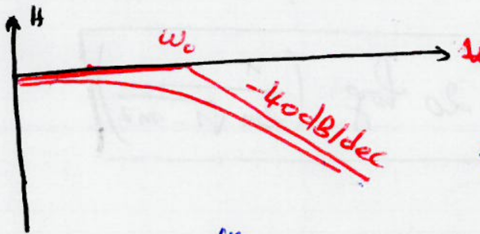
donc la fnct transfert :

$$\boxed{H(j\omega) = A\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}\right)\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}\right)}$$

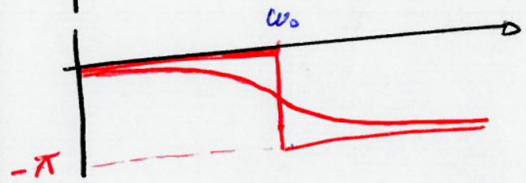
*** diagramme Bode pour $m > 1$**



* pour $m = 0$: solut en double



$$H(j\omega) = \frac{A}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



pour $m < 1$: deux solut imaginaire

Dans ce cas, certain valeurs de m provoque un phénomène dite « la résonance »

• Un système résonant peut accumuler une énergie proche d'une fréquence de résonance.

m

- $0.7 < m < 1$: Pas de phénomène de résonance
- $0 < m < 0.7$: la résonnance à la fréquence $\boxed{\omega_R = \omega_0\sqrt{1 - 2m^2}}$