

Exercice préliminaire (4/20)**P1 – Régime de fonctionnement des AOP1 et AOP2**

Les deux AOP disposent d'une rétroaction négative, ce qui signifie qu'ils fonctionnent en régime linéaire.

P2 – Valeur de la résistance d'une sonde Pt100

- Pour $\theta = 0\text{ °C}$: $R_\theta = R_0 = 200\ \Omega$
- Pour $\theta = 45\text{ °C}$: $R_\theta = 200 \times (1 + 10^{-2} \times 45)$

D'où : $R_\theta = 290\ \Omega$

P3 – Détermination de V_A

En appliquant le théorème du diviseur de tension au point A, la tension de sortie s'écrit :

$$V_A = E \cdot \frac{R_\theta}{R + R_\theta}$$

En fonction de la température :

- À 0 °C , $R_\theta = 200\ \Omega \Rightarrow V_A = E \cdot \frac{200}{200 + R}$
- À 45 °C , $R_\theta = 290\ \Omega \Rightarrow V_A = E \cdot \frac{290}{290 + R}$

P4 – Bornes de la tension V_A

La tension varie entre :

- Une valeur minimale $V_{Amin} = 2V$ (à 0 °C),
- Et une valeur maximale $V_{Amax} = 2,69V$ (à 45 °C).

P5 – Expression de $V_B = f(E, R, R_B)$

En appliquant le théorème du diviseur de tension :

$$V_B = E \cdot \frac{R_B}{R + R_B}$$

P6 – Expression de $U = f(V_A, V_B)$

D'après la loi des mailles :

$$V_A - \varepsilon - U + \varepsilon - V_B = 0$$

$$\text{D'où : } U = V_A - V_B$$

On a :

$$V_A = E \cdot \frac{R_\theta}{R + R_\theta} \quad \text{et} \quad V_B = E \cdot \frac{R_B}{R + R_B}$$

D'où :

$$U = V_A - V_B \Rightarrow U = E \left(\frac{R_\theta}{R + R_\theta} - \frac{R_B}{R + R_B} \right)$$

P7 – Régime de fonctionnement et rôle

L'AOP3 a une réaction négative, ce qui implique qu'il fonctionne en régime linéaire. De plus, la tension V_1 est appliquée à l'entrée « - » et la tension V_2 à l'entrée « + ». Cela signifie qu'il s'agit d'un montage soustracteur.

P8 – Expression de $V_s = f(V_1, V_2)$

L'AOP3 fonctionne en régime linéaire $\Rightarrow V^+ = V^-$

AOP parfait $\Rightarrow i^+ = i^- = 0$

Application du théorème de Millman :

Application du théorème de Millman :

- $V^- = \frac{V_1/R + V_s/R}{1/R + 1/R} = \frac{V_1 + V_s}{2}$
- $V^+ = \frac{V_2 + \frac{0}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{V_2}{2}$

Égalité des deux potentiels : $\frac{V_1 + V_s}{2} = \frac{V_2}{2}$

Expression finale : $V_s = V_2 - V_1$

P9 – Solutions de stockage de l'énergie électrique

Les solutions les plus courantes sont :

- les piles,
- les supercondensateurs,
- les volants d'inertie,
- le stockage thermique,
- le stockage par pompage hydraulique.

P10 – Énergie massique

On définit l'énergie massique E_m comme :

$$E_m = \frac{E_c}{M}$$

Avec :

- E_c : énergie stockée (en Wh),
- M : masse du dispositif (en kg).

Application numérique

$$E_c = 450\text{ kWh}, \quad M = 200\text{ kg} \Rightarrow E_m = \frac{450 \times 10^3}{200} = 2250\text{ Wh/kg}$$

P11 – Équation du SoC en (%)

La caractéristique est une droite linéaire, donc :

$$\text{SoC}(\%) = \alpha \cdot t + b$$

- Pour α :
 $\alpha = \frac{\Delta \text{SoC}}{\Delta t} = \frac{40 - 0}{2 - 0} = 20$
- Pour b (ordonnée à l'origine) :
 $b = 0$

D'où : $\text{SoC}(\%) = 20 \cdot t$

P12 – Temps de recharge à 100 %

On a : $\text{SoC}(\%) = 20 \cdot t \Rightarrow t = \frac{\text{SoC}}{20}$

Donc, Pour $\text{SoC} = 100\%$: $t = \frac{100}{20} = 5\text{ h}$

Partie A : Hacheur réversible

A1 - Mode 1 : $i_s > 0$

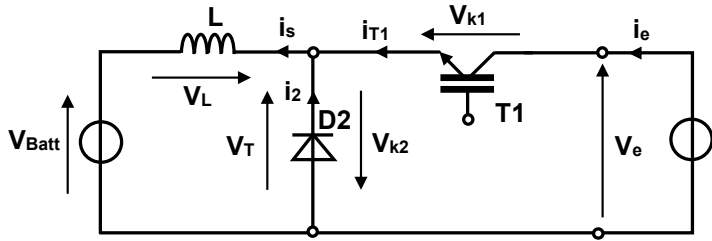
A.1.1 - Séquence de conduction

- Pour $t \in [0, \alpha T]$ $\Rightarrow T_1$ conduit
- Pour $t \in [\alpha T, T]$ $\Rightarrow D_2$ conduite

Donc :

- $t \in [0, \alpha T]$: phase motrice active
- $t \in [\alpha T, T]$: phase de roue libre

Le schéma équivalent se simplifie alors en conséquence.



A.1.2 - Expression des grandeurs pour $t \in [0, \alpha T]$

- Cas : T1 fermé et D2 ouverte

Expressions des Tensions :

- $V_{K1}(t) = 0$ (Car T1 est fermé)
- $V_{K2}(t) = -V_e(t)$
- $V_T(t) = -V_{K2}(t) = V_e(t)$
- $V_L(t) = V_T(t) - V_{Batt}(t) = V_e(t) - V_{Batt}(t)$

Expressions des courants :

- $i_{T1}(t) = i_s(t)$ (Car T1 fermé)
- $i_{T2} = 0$ (Car T2 est toujours bloqué)
- $i_{D1} = 0$ (D1 ouverte)
- $i_{D2} = 0$ (D2 ouverte)

A.1.3 : Expression des grandeurs pour $t \in [\alpha T, T]$

- Cas : T1 ouvert et D2 fermée

Expressions des Tensions :

- $V_{K2} = 0$ (Car D2 est fermée)
- $V_{K1} = -V_{K2} - V_e = -V_e$
- $V_T = -V_{K1} = 0$
- $V_L(t) = V_T(t) - V_{Batt}(t) = -V_{Batt}(t)$

Expressions des courants :

- $i_{T1} = 0$ (Car T1 bloqué)
- $i_{T2} = 0$ (Car T2 bloqué)
- $i_{D1} = 0$ (Car D1 bloquée)
- $i_{D2} = i_s(t)$ (Car D2 passante)

A.1.4 : Expression du courant $i_s(t)$

Pour $t \in [0, \alpha T]$:

On a d'après la loi des mailles :

$$V_T = V_e \Rightarrow V_L(t) + V_{Batt}(t) = V_T = V_e$$

$$\text{Donc : } L \frac{di_s(t)}{dt} + V_{Batt}(t) = V_e$$

$$\Leftrightarrow \frac{di_s(t)}{dt} = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} > 0 \Rightarrow \text{Courant croissant} \Rightarrow i_s(0) = I_{sm}$$

Résolution :

$$i_s(t) = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} \cdot t + Cte$$

- Conditions initiales : On a pour $t = 0 \Rightarrow i_s(0) = I_{sm}$

$$\text{On remplace ici } i_s(0) = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} \cdot 0 + Cte = I_{sm}$$

D'où : Cte = I_{sm}

- Expression finale : $i_s(t) = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} \cdot t + I_{sm}$

Pour $t \in [\alpha T, T]$:

- $V_T = 0 \Rightarrow V_L(t) + V_{Batt}(t) = V_T = 0$

$$\text{Donc : } L \frac{di_s(t)}{dt} + V_{Batt}(t) = 0$$

$$\frac{di_s(t)}{dt} = \frac{-V_{Batt}(t)}{L} < 0 \Rightarrow \text{Courant décroissant} \Rightarrow i_s(0) = I_{sm}$$

- Résolution :

$$i_s(t) = \frac{-V_{Batt}(t)}{L} \cdot t + Cte'$$

- Conditions initiales : On a pour $t = \alpha T \Rightarrow i_s(\alpha T) = I_{sm}$

$$\text{On remplace ici } i_s(0) = \frac{-V_{Batt}(t)}{L} \cdot \alpha T + Cte = I_{sm}$$

D'où : Cte = $I_{sm} + \frac{V_{Batt}(t)}{L} \cdot \alpha T$

- Expression finale : $i_s(t) = \frac{-V_{Batt}(t)}{L} \cdot (t - \alpha T) + I_{sm}$

A.1.5- Les allures des tensions et des courants

Voir le document réponse

A.1.6- Les valeurs moyennes

- $\langle V_{K1}(t) \rangle = \frac{(1-\alpha)T \cdot V_e}{T} \Rightarrow \langle V_{K1}(t) \rangle = -(1-\alpha)V_e$
- $\langle V_{K2}(t) \rangle = \frac{-\alpha V_e \cdot T}{T} \Rightarrow \langle V_{K2}(t) \rangle = -\alpha V_e$
- $\langle V_T(t) \rangle = \frac{\alpha T \cdot V_e}{T} \Rightarrow \langle V_T(t) \rangle = \alpha V_e$
- $\langle V_L(t) \rangle = 0$ (Si $i_s(t)$ est périodique)

A.1.7 - La relation entre V_e , V_{Batt} et α

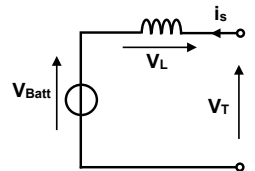
On a : $V_T(t) = V_L(t) + V_{Batt}(t)$

En prenant les valeurs moyennes :

$$\langle V_T \rangle = \langle V_L \rangle + \langle V_{Batt} \rangle$$

$$\text{Or : } \langle V_T \rangle = \alpha \cdot V_e \text{ et } \langle V_L \rangle = 0$$

$$\text{Donc : } \alpha V_e = 0 + V_{Batt} \Rightarrow V_{batt} = \alpha \cdot V_e$$



A.1.8 - Expression de l'ondulation de courant Δi

Par définition : $\Delta i = I_{sM} - I_{sm}$

$$\text{On a : } i_s(t) = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} \cdot t + I_{sm}$$

$$\text{\AA } t = \alpha T \Rightarrow i_s(\alpha T) = I_{sm}$$

$$\text{Donc : } i_s(\alpha T) = I_{sm} = \frac{V_e - V_{Batt}}{L} \cdot \alpha T + I_{sm}$$

$$\Leftrightarrow I_{sM} - I_{sm} = \frac{V_e - V_{Batt}}{L} \cdot \alpha T$$

$$\Leftrightarrow \Delta i = \alpha \cdot \frac{V_e - V_{Batt}}{L} \cdot T$$

Or : $V_{batt} = \alpha \cdot V_e$

D'où : $\Delta i = \alpha(1 - \alpha) \frac{V_e}{L} \cdot T$

A.1.9 - Ondulation maximale du courant Δi_{max}

L'ondulation est maximale lorsque : $\frac{d\Delta i}{d\alpha} = 0$

Or : $\Delta i = \alpha(1 - \alpha) \frac{V_e}{L} \cdot T$

$$\Rightarrow \frac{d\Delta i}{d\alpha} = (1 - 2\alpha) \frac{V_e}{L} \cdot T = 0$$

D'où : $\alpha_{max} = 0.5$

L'ondulation maximale vaut alors : $\Delta i_{max} = \Delta i (\alpha = 0.5)$

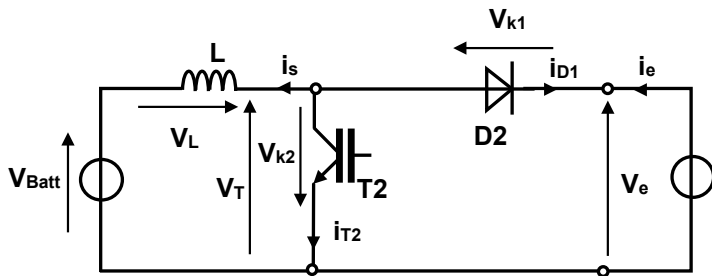
D'où : $\Delta i_{max} = \frac{V_e}{4L \cdot f}$ avec $f = \frac{1}{T}$

A.2 - Mode 2 pour $i_s < 0$

A.2.1 - La séquence de conduction

- Pour $t \in [0, \alpha T]$: **D₁ conduite**
- Pour $t \in [\alpha T, T]$: **T₂ conduit**

Le schéma de principe se simplifie en conséquence.



D'où :

- $t \in [0, \alpha T]$: **phase génératrice active**
- $t \in [\alpha T, T]$: **phase de roue libre**

A.2.2 - Les grandeurs pour $t \in [0, \alpha T]$

♦ Les tensions :

- $V_{K1}(t) = 0$ (car D1 passante)
- $V_{K2}(t) = -V_e$
- $V_T(t) = -V_{K2}(t) = V_e$
- $V_L(t) = V_T(t) - V_{Batt}(t) = V_e - V_{Batt}(t)$

♦ Les courants :

- $i_{T1} = 0$ (Car T1 bloqué)
- $i_{T2} = 0$ (Car T2 bloqué)
- $i_{D1} = -i_s(t)$ (Car D1 passante)
- $i_{D2} = 0$ (Car D2 bloquée)

A.2.3 - Les grandeurs pour $t \in [\alpha T, T]$

♦ Les tensions :

- $V_{K1}(t) = -V_e$ (car D1 passante)
- $V_{K2}(t) = 0$

- $V_T(t) = -V_{K2}(t) = 0$

- $V_L(t) = V_T(t) - V_{Batt}(t) = -V_{Batt}(t)$

♦ Les courants :

- $i_{T1} = 0$ (Car T1 bloqué)

- $i_{T2} = -i_s(t)$

- $i_{D1} = 0$ (Car D1 bloquée)

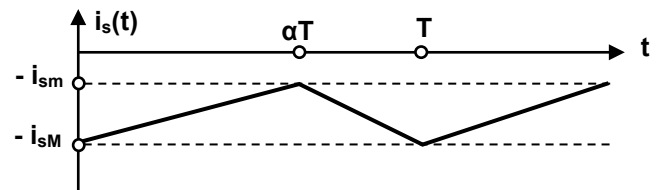
- $i_{D2} = 0$ (Car D2 bloquée)

A.2.4- Les allures des tensions et des courants

Voir le document réponse

A.2.5 - Expression du courant $i_s(t)$

Les expressions du courant sont identiques à celles du mode 1, mais avec des conditions initiales inversées.



- Pour $t \in [0, \alpha T]$: Le courant est **croissant**, il évolue de $-I_{sm}$ vers $-I_{sm}$.

Donc : $i_s(t) = \frac{V_e - V_{Batt}(t)}{L} \cdot t - I_{sm}$

- Pour $t \in [\alpha T, T]$: Le courant est **décroissant**, il évolue de $-I_{sm}$ vers $-I_{sm}$.

Donc : $i_s(t) = \frac{-V_{Batt}(t)}{L} \cdot (t - \alpha T) - I_{sm}$

A.2.6 - La valeur de l'inductance L

Les valeurs de tension ne changent pas, donc l'ondulation de courant maximale est la même que dans le mode précédent :

$$\Delta i_{max} = \frac{V_e}{4L \cdot f}$$

Avec : $V_e = 600 V$, $\Delta i_{max} = 1 A$, $f = 10 kHz$

D'où : $L = \frac{600}{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 1} = 15 mH$

A.2.7 - Réduire l'ondulation de courant

À partir de l'expression de l'ondulation maximale, on constate que, pour réduire cette ondulation, il faut :

- **Augmenter la valeur de l'inductance L,**
- **Augmenter la fréquence de découpage f.**

En pratique :

- On augmente **L** jusqu'à la limite d'encombrement admise,
- On augmente **f** jusqu'à la fréquence maximale supportée par les interrupteurs de puissance (par exemple les IGBT).

Partie 2 : Étude de la motorisation du bus électrique

B.1 – La machine asynchrone (MAS) fonctionne en moteur

B.1.1 – La vitesse de synchronisme n_s

Par définition : $n_s = 60 \cdot \frac{f}{p}$

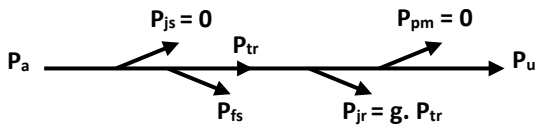
Avec : $f = 47 \text{ Hz}$ et $p = 2 \Rightarrow n_s = 1410 \text{ tr/min}$

Le glissement g :

On a : $g = \frac{n_s - n}{n_s} \Rightarrow g = \frac{1410 - 1366}{1410} = 0.0312 \Rightarrow g = 3.12 \%$

B.1.2 – La puissance transmise

Soit le bilan de puissances de la MAS suivant :



On a : $P_{tr} = P_{jr} + P_u = g \cdot P_{tr} + P_u$

$\Leftrightarrow P_{tr}(1 - g) = P_u$

$\Leftrightarrow P_{tr} = \frac{P_u}{1 - g} = \frac{180 \times 10^3}{1 - 0.0312}$

D'où : $P_{tr} = 185.796 \text{ kW}$

o **Le couple électromagnétique T_{em} :**

On a : $T_{em} = \frac{P_{tr}}{\Omega_s}$ avec : $\Omega_s = \frac{2\pi n_s}{60}$

$\Leftrightarrow T_{em} = \frac{60 \cdot P_{tr}}{2\pi \cdot n_s}$

$\Leftrightarrow T_{em} = \frac{60 \cdot 185.796 \times 10^3}{2\pi \cdot 1410}$

D'où : $T_{em} = 1258 \text{ Nm}$

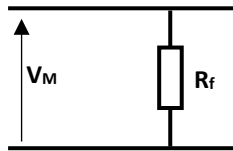
o **Les pertes fer statoriques P_{fs}**

On isole la partie statorique du schéma équivalent :

D'après ce schéma ci-après :

$P_{fs} = 3 \cdot \frac{V_M^2}{R_f}$ Avec le 3 est nombre de phases

D'où : $P_{fs} = 3 \cdot \frac{215^2}{100} = 1386.75 \text{ W}$



Note : la puissance des pertes fer est dissipée seulement dans la résistance R_f

o **La puissance absorbée**

On a d'après le bilan de puissances : $P_a = P_{fs} + P_{tr}$

D'où : $P_a = 1386.75 + 185796 = 187.182 \text{ kW}$

B.1.3 – Le rendement η

Par définition : $\eta = \frac{P_u}{P_a}$

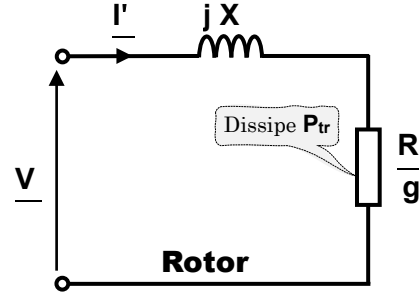
Avec : $P_u = 180 \text{ kW}$, $P_a = 187.182 \text{ kW}$

Donc : $\eta = \frac{180}{187.182} = 0.9616 \Rightarrow \eta = 96.16 \%$

B.2 – Expression du couple électromagnétique

B.2.1 – Expression de l'intensité I'

Soit le schéma équivalent du rotor :



D'après la loi des mailles : $V = \left(\frac{R}{g} + jX\right) I'$ avec $X = L\omega$

Donc : $I' = \frac{V}{\frac{R}{g} + jL\omega}$

On obtient la valeur efficace en prenant son module :

D'où : $I' = \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L\omega)^2}} \Rightarrow P_{tr} = 3 \cdot \frac{R}{g} \cdot I'^2$

B.2.3 – Expression de T_{em}

On a : $P_{tr} = T_{em} \cdot \Omega_s$ avec : $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$

Donc : $T_{em} = \frac{P_{tr} \cdot p}{\omega}$

Or : $P_{tr} = 3 \cdot \frac{R}{g} \cdot \frac{V^2}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (L\omega)^2}$

D'où : $T_{em} = \frac{3 \cdot p \cdot R}{g \cdot \omega} \cdot \frac{V^2}{(L\omega)^2 + \left(\frac{R}{g}\right)^2}$

B.2.4 – Expression simplifiée de T_{em}

Pour un glissement faible ($g \rightarrow 0^+$) : $\frac{R}{g} \rightarrow +\infty$

\Rightarrow On néglige $L \cdot \omega$ devant $\frac{R}{g}$:

Ainsi : $T_{em} = \frac{3 \cdot p \cdot R}{g \cdot \omega} \cdot \frac{V^2}{\left(\frac{R}{g}\right)^2} \Rightarrow T_{em} = \frac{3 \cdot p \cdot V^2}{R \cdot \omega} \cdot g$

Or : $g = \frac{n_s - n}{n_s}$, $n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$, $\omega = 2\pi f$

Alors : $T_{em} = \frac{3 \cdot p \cdot V^2}{R \cdot 2\pi \cdot f} \cdot \frac{n_s - n}{\frac{60 \cdot f}{p}}$

$\Leftrightarrow T_{em} = \frac{3 \cdot p^2 \cdot V^2}{120 \cdot \pi \cdot R \cdot f^2} (n_s - n)$

$\Leftrightarrow T_{em} = \frac{p^2}{40 \cdot \pi \cdot R} \left(\frac{V}{f}\right)^2 \cdot (n_s - n)$

Enfinement : $T_{em} \approx A \cdot (n_s - n)$ avec : $A = \frac{p^2}{40 \cdot \pi \cdot R} \left(\frac{V}{f}\right)^2$

B.2.5 – Expression et valeur de A

À partir de l'expression simplifiée de T_{em} : $T_{em} \approx A \cdot (n_s - n)$

Donc : $A = \frac{p^2}{40 \cdot \pi \cdot R} \left(\frac{V}{f}\right)^2 \Rightarrow A = 29.12 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$

Remarque : Le rapport V/f doit être calculé à partir des conditions nominales de la MAS : $f = f_n = 50 \text{ Hz}$ et $V = V_n = 230 \text{ V}$

B.2.6 – La valeur du couple T_{em} aux conditions de montée

On a : $T_{em} \approx A \cdot (n_s - n)$ Avec :

$$N_s = 1410 \text{ tr/min}, \quad n = 1366 \text{ tr/min}, \quad A = 29.12 \text{ N}\cdot\text{m/tr}\cdot\text{min}^{-1}$$

D'où :

$$T_{em} = 29.12 \cdot (1410 - 1366) \Rightarrow T_{em} = 1281.28 \text{ N}\cdot\text{m}$$

B.3 – Fonctionnement avec $V/f = \text{Constant}$

B.3.1 – La caractéristique $T_{em} = f(n)$

On trace la courbe T_{em} en fonction de la vitesse n (voir document DR n°2).

Le point de fonctionnement est : $F_1 = (n_1, T_{em1})$

$$D'où : F_1 = (1366 \text{ tr/min}, 1281 \text{ N}\cdot\text{m})$$

B.3.2 – Fonctionnement du MAS à la descente

Pour analyser ce fonctionnement, on calcule la puissance mécanique : $P_m = T_{em} \cdot \Omega$

Or : $\Omega < 0 \Rightarrow P_m < 0$

Cela signifie que la MAS fonctionne en génératrice, c'est-à-dire en mode freinage régénératif.

B.3.3 – La caractéristique T'_{em}

△ Puisque la MAS fonctionne avec $V/f = \text{Cte}$, les deux caractéristiques $T_{em} = f(n)$ sont **parallèles** (car $A = \text{Cte}$).

Voir document DR n°2.

Le point de fonctionnement est :

$$F_2 = (n', T'_{em}) \Rightarrow F_2 = (-1366 \text{ tr/min}, 1000 \text{ N}\cdot\text{m})$$

B.3.4 – La vitesse de synchronisme n'_s

$$\text{On a : } T'_{em} = A \cdot (n'_s - n') \Rightarrow n'_s = \frac{T'_{em}}{A} + n'$$

$$D'où : n'_s = -1331 \text{ tr/min}$$

– La fréquence f'

$$\text{On a : } n'_s = \frac{60 \cdot f'}{p} \Rightarrow f' = \frac{n'_s \cdot p}{60}$$

$$D'où : f' = 44.38 \text{ Hz}$$

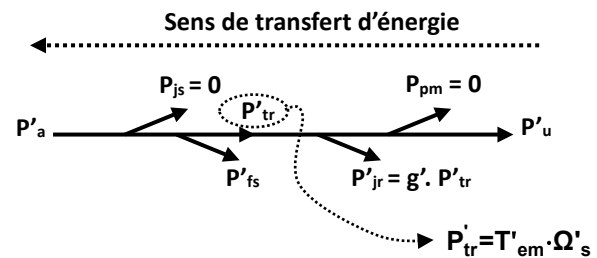
B.3.5 – Le glissement g'

Le glissement est défini par la relation :

$$g' = \frac{n'_s - n'}{n'_s} \Rightarrow g' = -2.6 \%$$

B.3.6 – La puissance transmise P'_{tr}

Soit le bilan de puissance en fonctionnement génératrice :



D'après le bilan des puissances : $P'_{tr} = T'_{em} \cdot \Omega'_s$

$$\text{Avec : } \Omega'_s = \frac{n'_s \cdot 2\pi}{60}$$

$$\text{Donc : } P'_{tr} = T'_{em} \cdot \frac{n'_s \cdot 2\pi}{60}$$

En remplaçant $n'_s = -1331 \text{ tr/min}$ et $T'_{em} = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}$, on obtient :

$$P'_{tr} = -139.381 \text{ kW}$$

Partie 3 – Commande de portes de bus électrique

C.1 – Modélisation du motoréducteur

C.1.1 – L'équation électrique de l'induit du moteur

$$\text{D'après la loi des mailles : } u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

C.1.2 – Équation mécanique de la MCC

D'après le principe fondamental de la dynamique appliqué à

$$\text{l'arbre moteur : } J \cdot \frac{d\Omega_e(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f_v \cdot \Omega_e(t)$$

C.1.3 – Transformation de Laplace des équations de la MCC

• Équation électrique : $U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p)$

• Équation dynamique : $J \cdot p \cdot \Omega_e(p) = C_m(p) - C_r(p) - f_v \cdot \Omega_e(p)$

• Relation électromagnétique (couple) :

$$C_m(t) = K \cdot i(t) \Rightarrow C_m(p) = K \cdot I(p)$$

• Force électromotrice : $e(t) = K_e \cdot \Omega_e(t) \Rightarrow E(p) = K_e \cdot \Omega_e(p)$

C.1.4 – Le schéma bloc du motoréducteur

Dans le DR n°2, on identifie les blocs B1 à B8. On démontre :

⇒ Bloc B1 (équation électrique) :

$$\text{On a : } I(p) (R + Lp) = U(p) - E(p) \Rightarrow \frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{1}{R + Lp}$$

$$D'où : B_1(p) = \frac{1}{R + Lp}$$

⇒ Bloc B2 : relation électromagnétique

$$\text{On a : } C_m(p) = K_i \cdot I(p) \Rightarrow B_2(p) = K_i$$

⇒ Bloc B3 : équation mécanique

$$\text{On a : } \Omega_e(p) (Jp + f_v) = C_m(p) - C_r(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_e(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{Jp + f_v}$$

$$D'où : B_3(p) = \frac{1}{Jp + f_v}$$

⇒ Bloc B4 (force électromotrice)

On a : $E(p) = K_e \cdot \Omega_e(p) \Rightarrow B_4(p) = K_e$

⇒ Bloc B5 : réducteur

On a : $\Omega_s(p) = r \cdot \Omega_e(p) \Rightarrow d'où : B_5(p) = r$

⇒ Bloc B6 : vitesse/position

On a : $\Omega_s(t) = \frac{d\theta_s(t)}{dt}$

$\Leftrightarrow \Omega_s(p) = p \cdot \theta_s(p)$

$\Leftrightarrow \frac{\theta_s(p)}{\Omega_s(p)} = \frac{1}{p}$

D'où : $B_6(p) = \frac{1}{p}$

⇒ Bloc B7 : hacheur

$B_7(p) = K_H$

⇒ Bloc B8 : correcteur

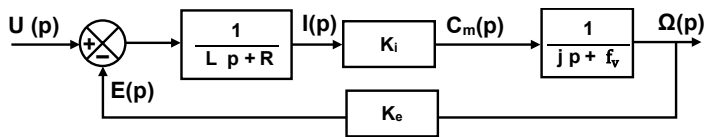
$B_8(p) = C(p)$

C.1.5 - Expression de la fonction de transfert de la

MCC

Schéma bloc simplifié :

On considère $C_r(p)=0$. Le schéma bloc est :



La fonction de transfert en boucle fermée est : $FTBF_1(p) = \frac{\Omega_e(p)}{U(p)}$

$FTBF_1(p) = \frac{\frac{K_i}{(R+Lp)(Jp+fv)}}{1 + \frac{K_i K_e}{(R+Lp)(Jp+fv)}} \Rightarrow FTBF_1(p) = \frac{K_i}{(R+Lp)(Jp+fv) + K_i K_e}$

D'où : $FTBF_1(p) = \frac{K_i}{JL p^2 + (RJ + Lf_v) p + (K_i K_e + Rf_v)}$

C.1.5- FTBF1(p) sous la forme canonique :

On a trouvé précédemment :

$FTBF_1(p) = \frac{K_i}{JL p^2 + (RJ + Lf_v) p + (K_i K_e + Rf_v)}$

Mise sous forme canonique d'un système de 2^{ème} ordre :

En divisant numérateur et dénominateur par $(K_i K_e + Rf_v)$

D'où : $FTBF_1(p) = \frac{\frac{K_i}{K_i K_e + Rf_v}}{1 + \frac{RJ + Lf_v}{K_i K_e + Rf_v} p + \frac{JL}{K_i K_e + Rf_v} p^2}$

C.1.7- Expression du gain K, de la pulsation ω_0 et de

l'amortissement ζ .

Par identification :

♦ Le gain K : $K = \frac{K_i}{Rf_v + K_i K_e} \Rightarrow A.N : K \approx 4.99 \Rightarrow K \approx 5$

♦ La pulsation propre ω_0 :

$\omega_0 = \sqrt{\frac{Rf_v + K_i K_e}{JL}} \Rightarrow A.N : \omega_0 = 4.47 \text{ rad/s}$

♦ Le coefficient d'amortissement ζ :

On a : $\frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{RJ + Lf_v}{Rf_v + K_i K_e} \Rightarrow \zeta = \frac{RJ + Lf_v}{2(Rf_v + K_i K_e)} \cdot \omega_0$

D'où : $\zeta \approx 0.893$

C.2 - Etude du schéma d'asservissement

C.2.1 - La classe de FTBO₂(p)

On a d'après le schéma bloc : $FTBO_2(p) = C(p) \cdot \frac{r K_H K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$

Si $C(p) = 1 \Rightarrow FTBO_2(p) = \frac{r K_H K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} = \frac{r K_H K}{p^1 (1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$

Donc la classe de FTBO₂(p) est 1 (car le dénominateur contient un p).

Erreur statique :

Puisque FTBO₂(p) est de classe 1 : $\epsilon_{\infty} = 0$

C.2.2 - Marge de gain et marge de phase

À partir du diagramme de Bode en annexe :

- La marge de gain est : $M_G = 5 \text{ dB}$
- La marge de phase est : $M_\Phi = 18^\circ$

Q.2.3 - choix de correcteur :

À partir de la question précédente, les marges de stabilité sont très faibles, la solution est d'augmenter la marge de phase : $40^\circ < M_\Phi < 45^\circ$ et aussi d'augmenter la marge de gain :

$10 \text{ dB} < M_G < 15 \text{ dB}$

⇒ le correcteur qui permet de satisfaire cette exigence est le correcteur à avance de phase.

C.2.4 la fonction de transfert FTBO₃(p)

Le pôle dominant est : $p_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{2.25}$

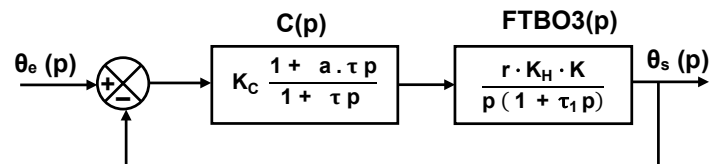
Donc on néglige l'effet de τ_2 devant τ_1 car $\tau_2 \gg \tau_1$:

Ainsi d'où : $FTBO_3(p) = \frac{r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau_1 p)}$

C.2.4 Stabilité en boucle ouverte FTBO₃(p)

FTBO₃(p) (boucle ouverte) n'est pas stable, car son dénominateur $p(1 + \tau_1 p)$ a un pôle à l'origine ($p = 0$) ⇒ non asymptotiquement stable.

C.3 / Correcteur à avance de phase



Avant de faire les calculs, il est recommandé de bien trouver le module et la phase de FTBO₃(p).

On doit travailler en général dans le domaine complexe en remplaçant p par j ω :

$FTBO_3(p) = \frac{r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau_1 p)} \Rightarrow FTBO_3(j\omega) = \frac{r \cdot K_H \cdot K}{j\omega(1 + \tau_1 j\omega)}$

• Le Module : $|FTBO_3(j\omega)| = \frac{r \cdot K_H \cdot K}{\omega \sqrt{1 + (\tau_1 \omega)^2}}$

• La phase : $\varphi_{FTBO_3}(j\omega) = -90^\circ - \arctan(\tau_1 \omega)$

C.3.1 – la phase ajoutée par le correcteur φ_m

Par définition la marge de phase s'exprime par :

$$M_\phi = 180 + \text{Arg}(C(j\omega) \cdot \text{FTBO}_3(j\omega))$$

On note que le déphasage φ_m est ajouté à la pulsation $\omega_m = \omega_1$

$$\text{Donc : } M_\phi = 180 + \text{Arg}(C(j\omega_m) \cdot \text{FTBO}_3(j\omega_m))$$

$$\Rightarrow M_\phi = 180 + \text{Arg}(C(j\omega_m)) + \text{Arg}(\text{FTBO}_3(j\omega_m))$$

$$\text{Or : } \varphi_m = \text{Arg}(C(j\omega_m))$$

$$\text{Et } \text{Arg}(\text{FTBO}_3(j\omega_m)) = \varphi_{\text{FTBO}_3}(j\omega_m) = -90^\circ - \arctan(\tau_1 \omega_m)$$

$$\text{Donc : } M_\phi = 180 + \varphi_m - 90^\circ - \arctan(\tau_1 \omega_m)$$

D'où :

$$\varphi_m = M_\phi - 180 + 90 + \arctan(\tau_1 \omega_m) \Rightarrow \text{A.N : } \boxed{\varphi_m = 43.06^\circ}$$

C.3.2 – La valeur de a :

$$\text{D'après l'annexe : } \varphi_m = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

$$\text{Donc : } a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \quad \text{A.N : } \boxed{a = 5.30}$$

- La valeur de τ :

$$\text{D'après annexe : } \omega_m = \frac{1}{\tau \sqrt{a}} \Rightarrow \text{d'où : } \tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$$

$$\text{Or : } \omega_m = \omega_1 = 1.46 \text{ rad/s}$$

$$\text{A.N : } \boxed{\tau = 0.297 \text{ s}}$$

C.3.3 – Le gain K_c

D'après l'annexe, le module de correcteur à la pulsation unitaire

$$\omega_m = \omega_1 : |C(j\omega_m)| = K_c \sqrt{a}$$

$$\text{Donc, on calcule } K_c \text{ pour avoir : } |C(j\omega_m) \cdot \text{FTBO}_3(j\omega_m)| = 1$$

$$\Rightarrow |C(j\omega_m)| \cdot |\text{FTBO}_3(j\omega_m)| = 1$$

$$\text{Or : } |\text{FTBO}_3(j\omega)| = \frac{r \cdot K_H \cdot K}{\omega_m \sqrt{1 + (\tau_1 \omega_m)^2}}$$

$$\text{Alors : } K_c \sqrt{a} \cdot \frac{r \cdot K_H \cdot K}{\omega_m \sqrt{1 + (\tau_1 \omega_m)^2}} = 1$$

$$\text{D'où : } K_c = \frac{\omega_m \sqrt{1 + (\tau_1 \omega_m)^2}}{\sqrt{a} \cdot r \cdot K_H \cdot K} \Rightarrow \text{A.N : } \boxed{K_c = 0.36}$$

C.4.1 – Fonction de transfert en boucle fermée (BF)

Choix : $a \cdot \tau = \tau_1$

$$\text{Donc : } \text{FTBO}_4(p) = K_c \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau_1 \cdot p)}$$

En remplaçant $a \cdot \tau = \tau_1$:

$$\text{FTBO}_4(p) = K_c \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau_1 \cdot p)} \Rightarrow \text{FTBO}_4(p) = K_c \cdot \frac{r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau \cdot p)}$$

$$\text{En boucle fermée : } \text{FTBF}_2(p) = \frac{\text{FTBO}_4(p)}{1 + \text{FTBO}_4(p)}$$

$$\Rightarrow \text{FTBF}_2(p) = \frac{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K}{p(1 + \tau \cdot p) + K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K}$$

D'où :

$$\boxed{\text{FTBF}_2(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K} \cdot p + \frac{\tau}{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K} \cdot p^2}}$$

C.4.2 – les paramètre K_F , ω_F et ζ_F

On a d'après identification :

- Le gain statique : $K_F = 1$

- La pulsation propre : $\omega_F = \sqrt{\frac{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K}{\tau}}$

- Le coefficient d'amortissement : $\frac{2\zeta_F}{\omega_F} = \frac{1}{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K}$

$$\Rightarrow \zeta_F = \frac{0.5}{\sqrt{K_c \cdot r \cdot K_H \cdot K}}$$

A.N :

$$\boxed{K_F = 1, \quad \zeta_F \approx 0.5, \quad \omega_F = 2.14 \text{ rad/s}}$$

C.4.3 – Temps de réponse à 5 %

D'après la figure 15 de l'annexe :

$$\text{Pour } \zeta_F = 0.5 \Rightarrow t_{r5\%} \cdot \omega_F = 5$$

$$\text{Donc : } t_{r5\%} = \frac{5}{\omega_F}$$

$$\text{D'où : } \boxed{t_{r5\%} = 2.33 \text{ s}}$$

- Le dépassement

- 1^{er} dépassement D1 : $D_1\% = 17\%$
- 2^{ème} dépassement D2 : $D_2\% = 3\%$

Document Annexe 2

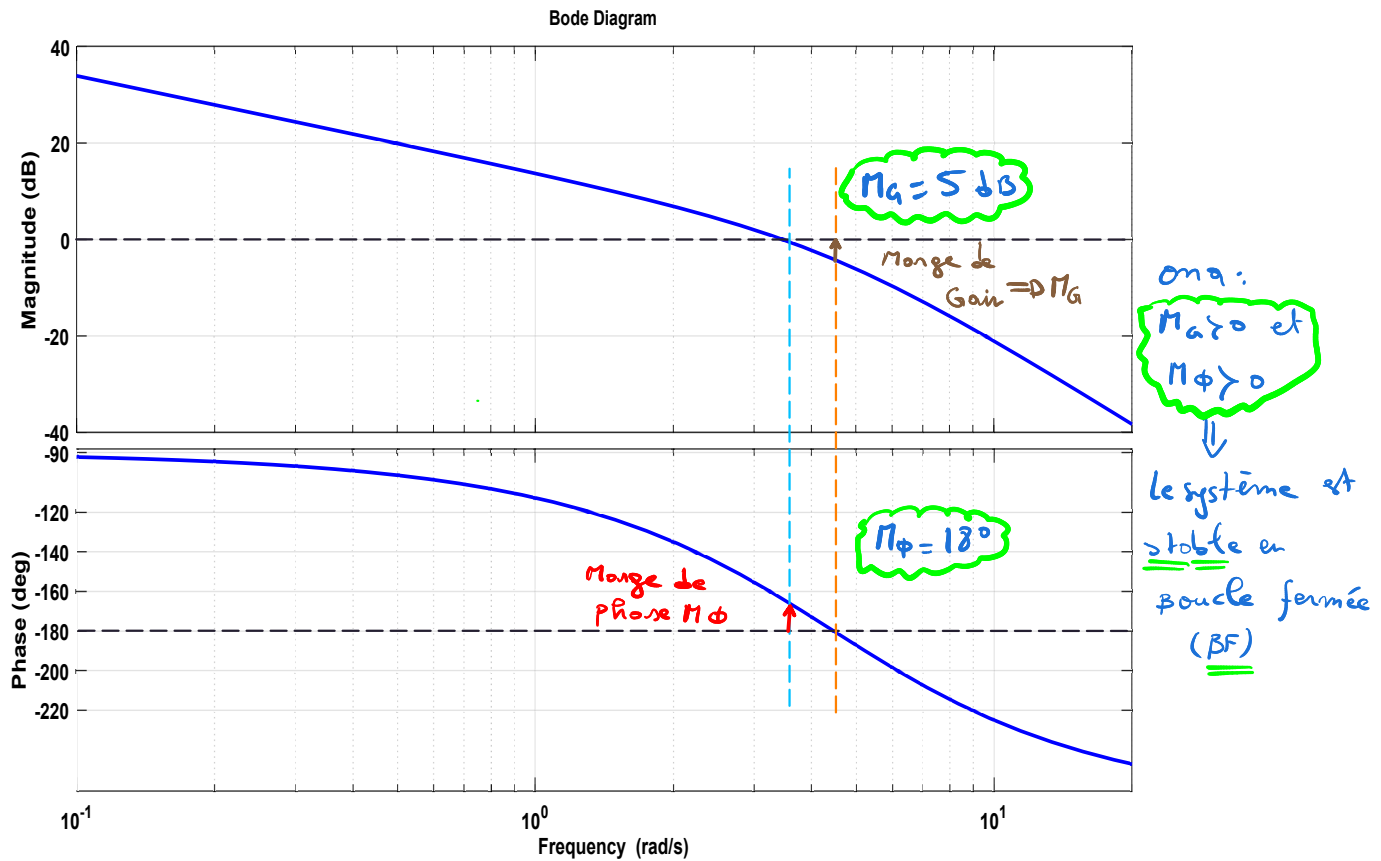


FIGURE 14 – Diagramme du Bode du système pour C(p)=1

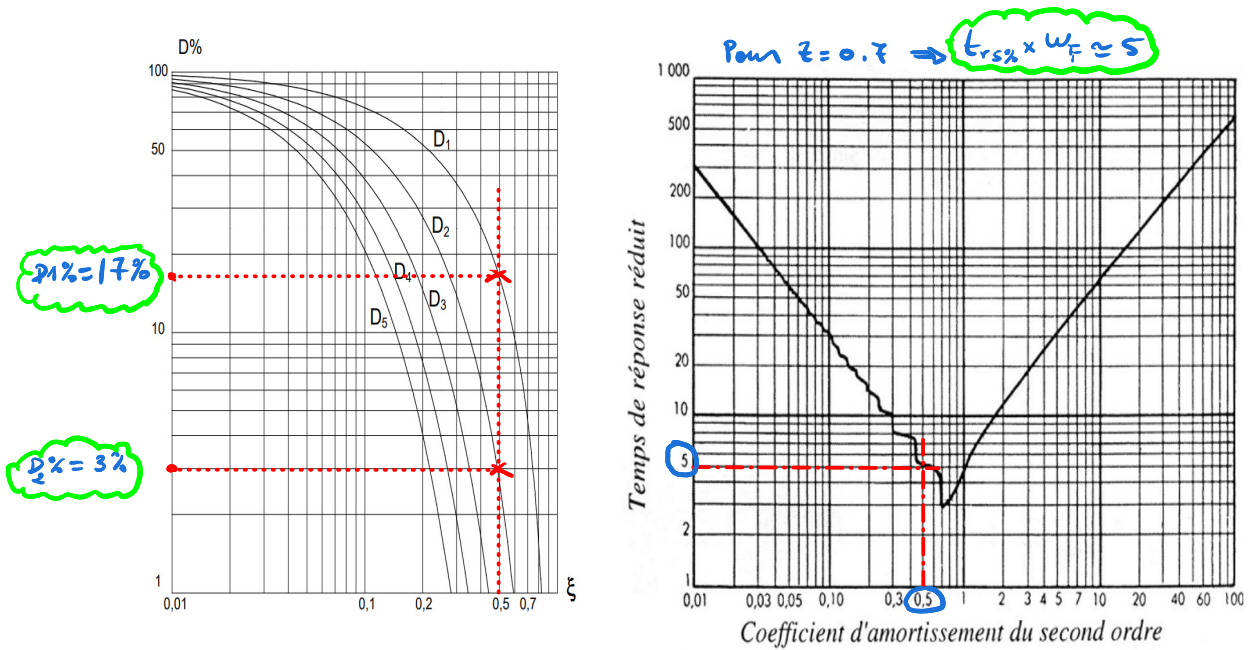


FIGURE 15 – Abaques du système 2^{ème} ordre

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse N°1

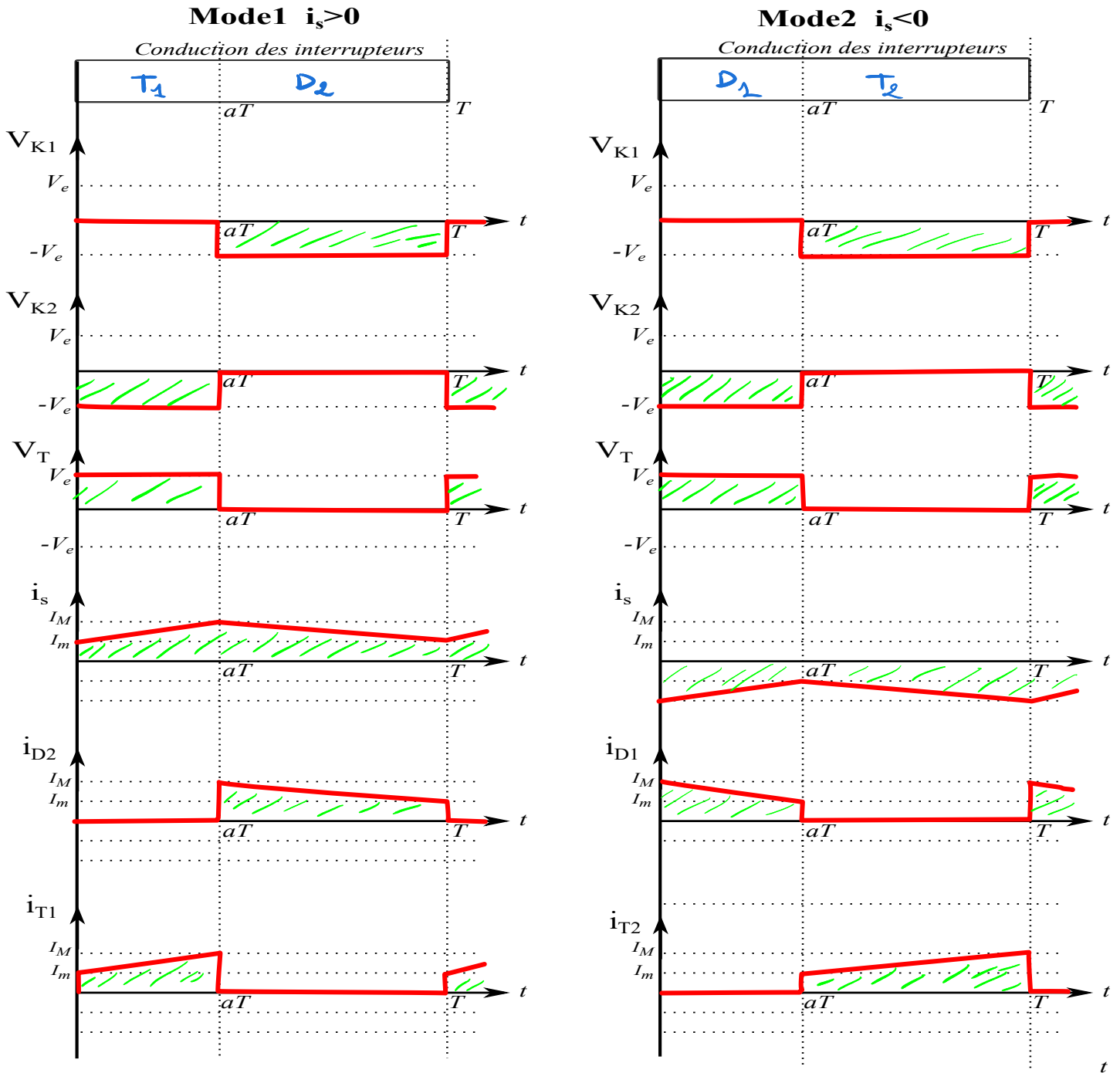


FIGURE 16 – A.1.1-A.1.5-A.2.1-A.2.4-

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse N°2

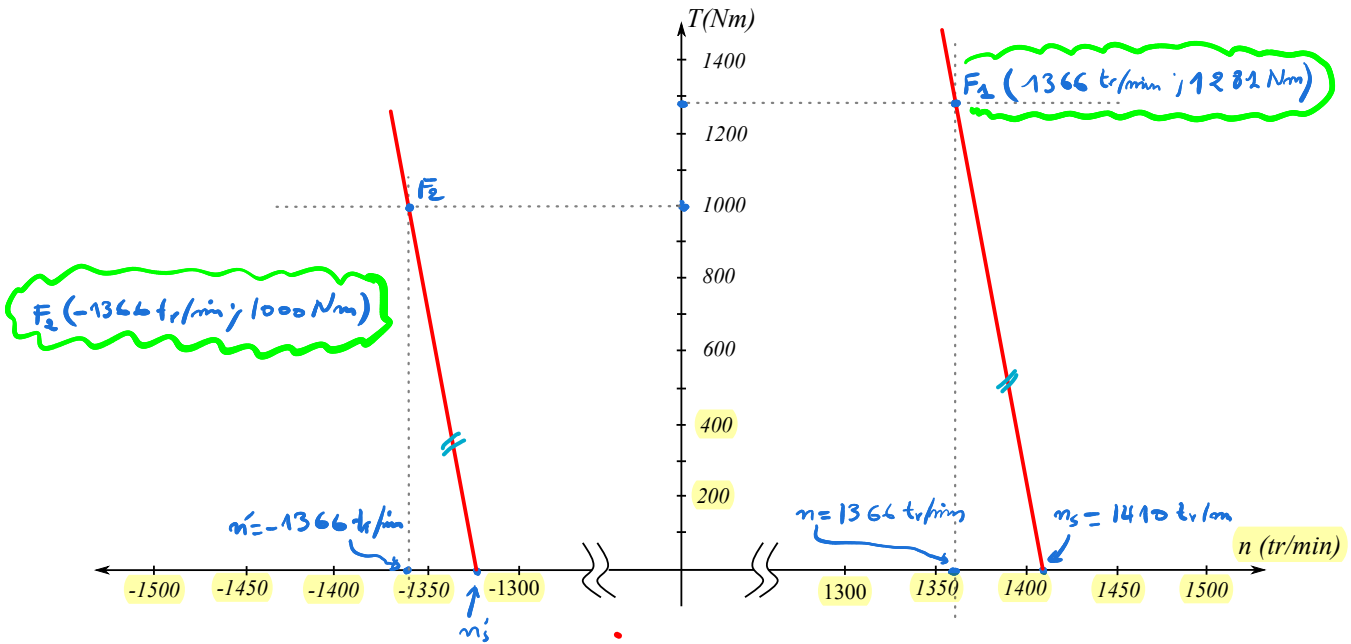


FIGURE 17 – B.3.1--B.3.3-

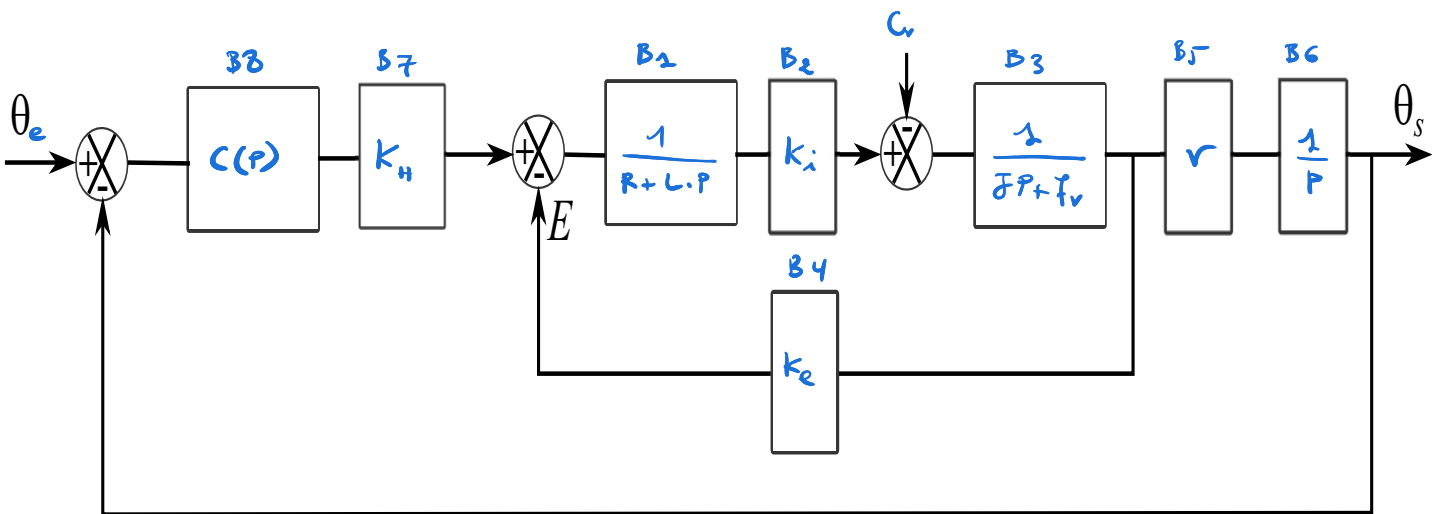


FIGURE 18 – C.1.4-