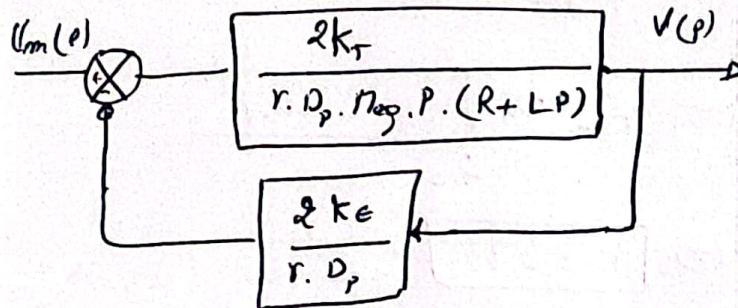


1 - la fnc de transfert

on a : $F_p(p) = D$, le schéma devient



d'nc $H(p)$ est une fnc de transfert en

B. F :

$$H(p) = \frac{\frac{2 K_T}{r. D_p. M_0. P. (R + Lp)}}{1 + \frac{4 K_T. K_E}{r^2 D_p^2. M_0. P. (R + Lp)}}$$

$$= \frac{2 K_T \cdot r \cdot D_p}{r^2 D_p^2 \cdot M_0 \cdot P (R + Lp) + 4 K_T \cdot K_E}$$

$$= \frac{\frac{2 K_T \cdot r \cdot D_p}{4 \cdot K_T \cdot K_E}}{1 + \frac{r^2 D_p^2 M_0 P (R + Lp)}{4 K_T K_E}}$$

$$1 + \frac{r^2 D_p^2 M_0 P (R + Lp)}{4 K_T K_E}$$

d'où :

$$H(p) = \frac{\frac{r \cdot D_p}{2 K_E}}{1 + \frac{r^2 D_p^2 M_0 R \cdot P}{4 K_T K_E} + \frac{r^2 D_p^2 M_0 L}{4 \cdot K_T \cdot K_E}}$$

2) l'expression de Z , w_m et G

$$G = \frac{r \cdot D_p}{2 K_E}$$

$$w_m = \sqrt{\frac{4 K_T \cdot K_E}{r^2 D_p^2 M_0 L}}$$

$$\frac{Z}{w_m} = \frac{r^2 D_p^2 M_0 R}{4 K_T \cdot K_E}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{r^2 D_p^2 M_0 R}{8 K_E \cdot K_T} \cdot \sqrt{\frac{4 K_E K_T}{r^2 D_p^2 M_0 L}}$$

dnc :

$$Z = \frac{r \cdot D_p \cdot R}{4} \cdot \sqrt{\frac{M_0}{K_T \cdot K_E \cdot L}}$$

o les val numériques o

$$G = 0.03125 \text{ m.s}^{-1}\text{V}^{-1}$$

~~$$w_m = 45.3 \text{ rad/s}$$~~

$$Z = 2.38$$

$$w_m = 45.3 \text{ rad/s}$$

3) la fnc approchée $H(p)$

H_p : on remarque que $\tau_1 \ll \tau_2$

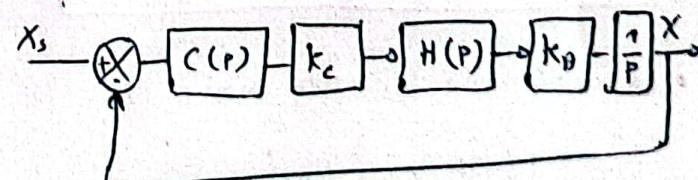
dnc τ_1 ne présente pas d'effet sur le système, la fnc de transfert devient

$$H(p) \approx \frac{G}{1 + \tau_2 p}$$

$$H(p) = \frac{0.03125}{1 + 0.1 p}$$

III - stabilité de l'enroulage

schéma simplifié :



4) la fnc de transfert en B.O

$$H_{BO}(p) = C(p) \cdot K_C \cdot K_A \cdot H(p) \cdot \frac{1}{p}$$

$$H_{bo}(p) = \frac{K_C \cdot K \cdot K_A \cdot G}{P(1 + \zeta_2 p)}$$

$$H_{bo}(p) = \frac{20K}{P(1 + \zeta_2 p)}$$

5/ les marges de stabilité

- marge de gain : $M_G = +\infty$

- marge de phase : $M_P \approx 40^\circ$

on $M_P > 0 \Rightarrow$ le système est stable

\Rightarrow alors le coefficient de charge impose $M_P > 60^\circ \Rightarrow$ donc la valeur $K = 1$ ne suffit pas.

6/ la valeur de K pour avoir $M_P = 60^\circ$

- la fonction de transfert complexe :

$$P \rightarrow j\omega \Rightarrow H_{bo}(j\omega) = \frac{20K}{j\omega(1 + \zeta_2 j\omega)}$$

- le module $|H_{bo}(j\omega)|$

$$|H_{bo}(j\omega)| = \frac{20K}{\omega \sqrt{1 + (\zeta_2 \omega)^2}}$$

- la phase : $\text{Arg}(H_{bo}(j\omega))$

$$\text{Arg}(H_{bo}(j\omega)) = -90 - \text{arctg}(\zeta_2 \omega)$$

- la valeur de ω_1 pour avoir $M_P = 45^\circ$

$$M_P = 180 + \text{Arg}(H_{bo}(j\omega_1))$$

$$\Leftrightarrow 60 = 180 - 90 - \text{arctg}(\zeta_2 \omega_1)$$

$$\Leftrightarrow \text{arctg}(\zeta_2 \omega_1) = 30^\circ \Rightarrow \omega_1 = 5,77 \text{ rad/s}$$

- on détermine alors K pour

$$|H_{bo}(j\omega_1)| = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{20K}{\omega_1 \sqrt{1 + (\zeta_2 \omega_1)^2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{\omega_1 \sqrt{1 + (\zeta_2 \omega_1)^2}}{20}$$

$$\Leftrightarrow K = 0,34$$

IV - rapidité et précision de l'oscillation

7- en en régime

on a $H_{bo}(j\omega)$ possède une intégrale

$$(on \text{ close } C = 1) \Rightarrow \text{es} = 0$$

le système est précis. cette exigence est bien validée

8- la fonction de transfert en B.F

$$F(p) = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$

$$= \frac{\frac{20K}{P(1 + \zeta_2 p)}}{1 + \frac{20K}{P(1 + \zeta_2 p)}}$$

$$= \frac{20K}{P(1 + \zeta_2 p) + 20K}$$

d'où

$$F(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{20K} p + \frac{\zeta_2}{20K} p^2}$$

Par identification :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{20K}{\zeta_2}}, \frac{2\pi}{\omega_m} = \frac{1}{20K}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{20k} \sqrt{\frac{dok}{c_2}}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \zeta = \frac{1}{2} \\ \zeta = \sqrt{\frac{1}{20k \cdot c_2}} \end{array} \right.$$

A.Nos

$$\omega_m = 8.24 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = 0.6$$

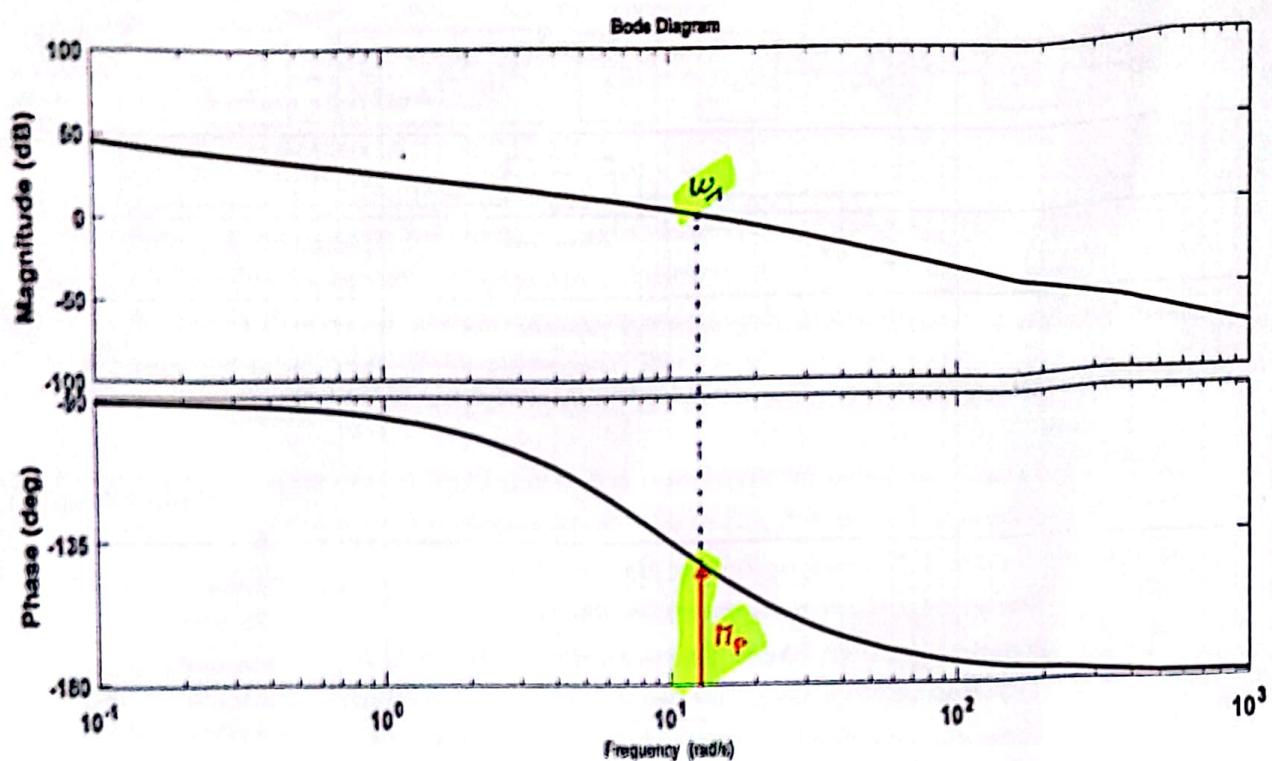
7% le temps de réponse à 5%
d'après les tables

$$\bar{t} \zeta = 0.6 \Rightarrow t_{rs\%} \times \omega_m = 5.2$$

$$\Rightarrow t_{rs\%} = \frac{5.2}{\omega_m} \Rightarrow t_{rs\%} = 0.63 \text{ s}$$

Annexe

♦ Diagramme de Bode :



♦ Abaque de temps de réponse en fonction de ζ et $n\omega_0$

