

I - Déplacement radiocommandé du chariot

Q2/ cycle T

\* la distance D

Pélago:  $D = \sqrt{L^2 + H^2} \Rightarrow D = 111.8m$

\* la vitesse entre A et B:  $v_{AB} = 45 km/h$

Soit  $v = 45 \times \frac{1000}{3600} \Rightarrow v = 12.5 m/s$

\* le temps  $t_2$

on a:  $v = \frac{D}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{D}{v} \Rightarrow t_2 = 8.944s$

Donc:  $T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$

$\Rightarrow T = 55.444s$

Q2/ l'accélération  $a_c$

l'accélération est définie par:  $a_c = \frac{v}{t_1}$

soit:  $a_c = \frac{12.5}{14} \Rightarrow a_c = 0.89 m/s^2$

\* la décélération  $a_d$

$a_d = -\frac{v}{t_3} = -\frac{12.5}{12.5} \Rightarrow a_d = -1 m/s^2$

Q3/ la seul phase pour récupérer de la puissance mécanique est la phase de freinage

Q4/ la masse totale

$M = M_{ch} + M_{coméin}$

$M_{ch} = 7kg$  et  $M_{coméin} = 8kg$

Donc:  $M = 15kg$

\* la force motrice  $F_r$

On a:  $F_r = a_c \cdot M + M \cdot g \cdot c_d$

$a_c = 0.89 m/s^2$ ;  $g = 9.81 N/kg$

la slackline et roue motrice sont en acier

$\Rightarrow c_d = 0.3$

d'où:  $F_r = 57N$

Q5/ le couple à l'arbre de roue motrice

On a:  $C_{roue} = F_r \cdot \frac{D_{roue}}{2} \Rightarrow C_{roue} = 3.47 Nm$

\* le couple résistant  $C_r$  ?

$\eta_s = \frac{P_{roue}}{P_m} = \frac{C_{roue}}{C_r} \times \frac{\Omega_{roue}}{\Omega_m} = \frac{C_{roue}}{C_r} \times r$

d'où:  $C_r = \frac{C_{roue}}{\eta_s} \times r \Rightarrow C_r = 1.61 Nm$

et  $r = \frac{D_m}{D_m} \Rightarrow r = 0.37$

\* PFD:  $\int \frac{d\Omega_m}{dt} = \Omega_m - \Omega_r = 0$  (régime permanent)

D'où:  $C_m = C_r = 1.61 Nm$

II - motorisation du chariot mobile

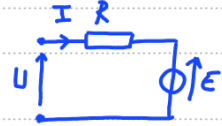
1. Etude énergétique

Q6/ modèle de la MCC

On a pour le régime permanent  $i(t) = cte$

$L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow$  l'effet de L est négligé

Le modèle devient:



\* les 4 équations pour  $i(t) = I$ ,  $\Omega(t) = \Omega$

$-U = RI + E$   
 $-E = k\Omega_m$   
 $-C_m = kI$   
 $-C_m = C_r + f\Omega_m$

\* Caractéristique  $\Omega_m = f(I)$

- à vide  $I = I_0$  et  $\Omega_m = \Omega_0 \Rightarrow U = E = k\Omega_0$   
 $\hookrightarrow \Omega_0 = \frac{U}{k}$

- en charge  $\Rightarrow E = U - RI = k\Omega$

$\hookrightarrow \Omega = \frac{U}{k} - \frac{RI}{k} \Rightarrow \Omega_m = \Omega_0 - \frac{RI}{k}$

Q7/ \* le couple des poutres

$C_p = C_{sec} + f \cdot \Omega_m \Rightarrow C_p = 52 mNm$

$N = 1500 t/min \Rightarrow \Omega_m = 157 rad/s$

\* la puissance des poutres collective

$P_c = C_p \Omega_m \Rightarrow P_c = 8W$

\* Pertes Joule induit:  $P_j = RI^2 \Rightarrow P_j = 6.89W$

Q8/ \* la puissance absorbée

$P_{an} = U \cdot I \Rightarrow P_{an} = 126W$

\* la puissance utile:  $P_u = P_a - P_c - P_j$

$\hookrightarrow P_u = 111.11W$

\* Le rendement:  $\eta_m = \frac{P_u}{P_a} \Rightarrow \eta_m = 88\%$

\* le couple utile:  $C_u = \frac{P_u}{\Omega_m} \Rightarrow C_u = 0.71 Nm$

\* " " électromagnétique:  $C_m = \frac{P_{em}}{\Omega_m}$   
 Avec  $P_{em} = P_a - P_j \Rightarrow P_{em} = 119W \Rightarrow C_m = 0.77 Nm$

\*  $C_p$  est déjà calculé

\* sachant que  $P_u = P_{em} - P_c \Rightarrow C_u = C_m - C_p$

avec:  $C_m = kI$  et  $C_p = kI_0$

$\Rightarrow$  d'où:  $C_u = k(I - I_0)$

2. Autonomie de la batterie

- courant total:  $I_b = I + I_c \Rightarrow I_b = 5.6A$

-  $\Delta t$ ? On a  $C_{bat} = I_b \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{C_{bat}}{I_b}$

$\hookrightarrow \Delta t = 2.16 h = 2h 6min > 90min$

C/C: la batterie peut alimenter le temps complet du match football

1 - l'ollue de  $u(t)$  et  $i(t)$   
 venir le document réponse.

2/ conduction de courant maximale  $D_{imax}$

a/ expression de  $i(t)$  pour  $t \in [0, dT]$

• Dans cet intervalle  $u(t) = V$

et que :  $L \frac{di(t)}{dt} + E = u(t) = V$

$\Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{V-E}{L}$

• Résolu :  $i(t) = \frac{V-E}{L} t + cte$

• à  $t=0, i(0) = I_{min} \Rightarrow cte = I_{min}$

d'où :  $i(t) = \frac{V-E}{L} t + I_{min}$

b/ expression de  $D_i$  en fonction  $V, E, L$  et  $dT$

on a :  $\begin{cases} i(t) = \frac{V-E}{L} t + I_{min} \\ i(dT) = I_{max} \end{cases}$

on a :  $D_i = I_{max} - I_{min}$

$\Rightarrow i(dT) = I_{max} = \frac{V-E}{L} dT + I_{min}$

$\Rightarrow I_{max} - I_{min} = \alpha \frac{V-E}{L} T$

$\Rightarrow D_i = \alpha \frac{V-E}{L} T$

c/ la relation entre  $E, \alpha$  et  $V$

on a :  $v_L(t) + E = u(t)$

$\langle v_L(t) \rangle + \langle E \rangle = \langle u(t) \rangle$

$i$  est périodique  $\Rightarrow \langle v_L(t) \rangle = 0$

d'où :  $E = \langle u(t) \rangle$

d'après le graphique  $u(t) \Rightarrow$  la valeur moyenne de  $u(t)$  est :

$\langle u(t) \rangle = \alpha V$

d'où :  $E = \alpha V$

d/  $D_i$  en fonction  $V, L, \alpha$  et  $f$

on a :  $E = \alpha V$  et  $T = \frac{1}{f}$

d'où :  $D_i = \frac{\alpha(1-\alpha)V}{Lf}$

e/ l'inductance maximale

$D_i$  est maximal lorsque  $\frac{dD_i}{d\alpha} = 0$

$\Rightarrow \frac{dD_i}{d\alpha} = 0 \Rightarrow 1 - 2\alpha = 0$

$\Rightarrow \alpha = 0.5$

• d'où :  $D_{imax} = D_i(0.5)$

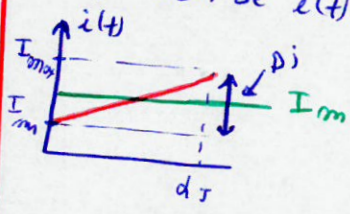
$\Rightarrow D_{imax} = \frac{V}{4Lf}$

f/ la valeur efficace  $i(t)$

Par définition :  $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$

on a :  $\alpha = 0.5 \Rightarrow$  donc on calcule cette intégrale de  $0$  à  $dT$  et on la multiplie par 2 :

• expression de  $i(t)$  entre  $0$  à  $dT$  :



$i(t) = \frac{\Delta i}{dT} t + I_{min}$  et  $I_{min} = I_m - \frac{\Delta i}{2}$

d'où :  $i(t) = \frac{\Delta i}{dT} t + I_m - \frac{\Delta i}{2}$

Donc :

$$I_{eff}^2 = \frac{e}{T} \int_0^{\alpha T} \left( \frac{\Delta i}{\alpha T} t + I_{min} \right)^2 dt$$

$$I_{eff}^2 = \frac{e}{T} \int_0^{\alpha T} \left( \frac{\Delta i}{\alpha T} \right)^2 t^2 + \frac{2 \Delta i \cdot I_{min}}{\alpha T} t + I_{min}^2 dt$$

$$= \frac{e}{T} \left[ \left( \frac{\Delta i}{\alpha T} \right)^2 \frac{t^3}{3} + \frac{\Delta i \cdot I_{min}}{\alpha T} (t^2 + I_{min}^2 t) \right]_0^{\alpha T}$$

$$= \frac{e}{T} \left( \frac{\Delta i^2}{3} \alpha T + \Delta i I_{min} \alpha T + I_{min}^2 \cdot \alpha T \right)$$

$$= 2\alpha \left( \frac{\Delta i^2}{3} + \Delta i I_{min} + I_{min}^2 \right)$$

Pour  $\alpha = 0.5 \Rightarrow \Delta i = \Delta i_{max}$

$$\text{et } I_{min} = I_m - \frac{\Delta i}{2}$$

$$I_{eff}^2 = 2\alpha \left( \frac{\Delta i^2}{3} + \Delta i \left( I_m - \frac{\Delta i}{2} \right) + \left( I_m - \frac{\Delta i}{2} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{\Delta i_{max}^2}{3} + \Delta i_{max} I_m - \frac{\Delta i_{max}^2}{2} + I_m^2 - \Delta i_{max} I_m + \frac{\Delta i_{max}^2}{4}$$

$$= I_m^2 + \frac{\Delta i_{max}^2}{12}$$

$$\text{d'où } I_{eff} = \sqrt{I_m^2 + \frac{\Delta i_{max}^2}{12}} \Rightarrow I_{eff} = 5,25/27 \text{ A}$$

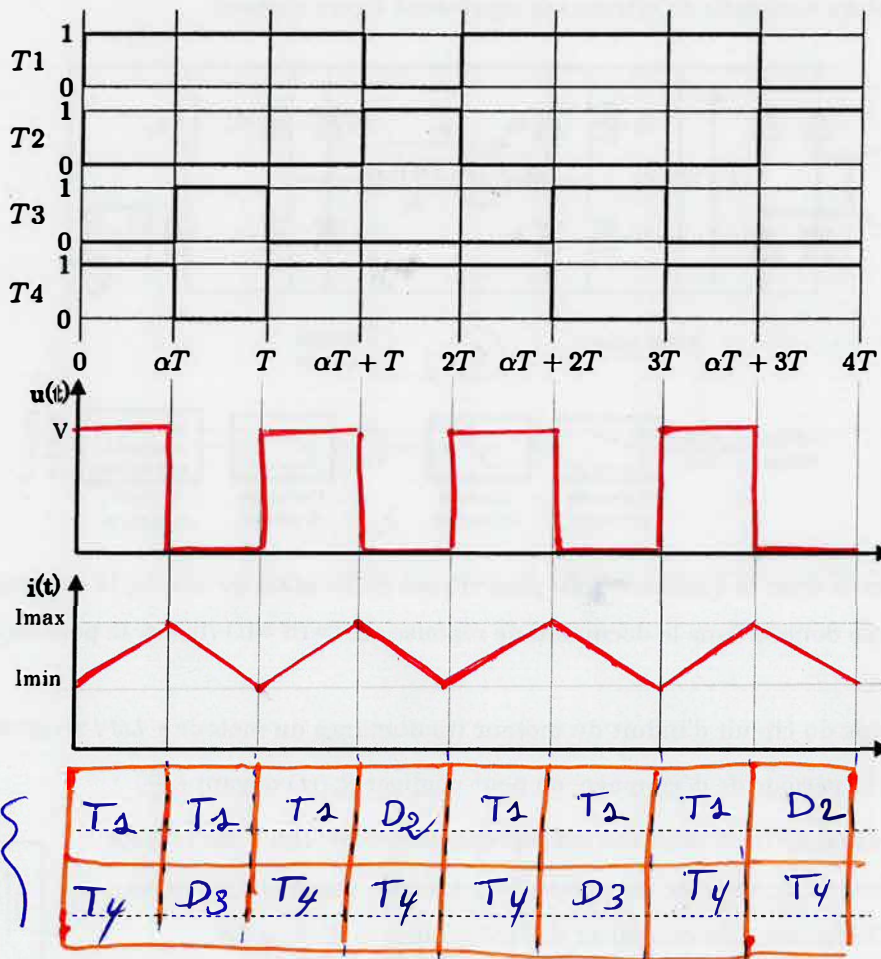
• facteur de forme :  $F = \frac{I_{eff}}{I_m}$

$$\text{donc : } F = 1,0024 < 1,02$$

Le moteur ne sera pas déformé.

- Représenter sur le document de réponse, les chronogrammes de  $u(t)$  et de  $i(t)$  en supposant  $0 < I_{min} < i(t) < I_{max}$  et en prenant  $\alpha = 0,5$ . Indiquer sur le chronogramme les composants par lesquels passe effectivement le courant. L'ondulation de courant est définie par  $\Delta i = I_{max} - I_{min}$ .
- Exprimer  $\Delta i_{max}$ , la valeur maximale de l'ondulation du courant. Pour cela, exprimer successivement :
  - $i(t)$  pour  $0 < t < \alpha T$  en fonction  $V, E, L, t$  et  $I_{min}$ .
  - $\Delta i$  en fonction  $V, E, L$  et  $\alpha T$ .
  - $E$  en fonction  $V$  et  $\alpha$  sachant que  $i(t)$  est périodique.
  - $\Delta i$  en fonction  $V, L, \alpha$  et  $f$ .
  - $\Delta i_{max}$  en fonction  $V, L$  et  $f$ .
- Le calcul précédent montre que cette ondulation est maximale pour  $\alpha = 0,5$ . Le constructeur du variateur recommande la mise en série d'une inductance de 1 mH, ce qui conduit à une ondulation de courant  $\Delta i_{max}$  de 0,4 A. Celui du moteur recommande d'avoir un facteur de forme  $F$  (valeur efficace / valeur moyenne) inférieur à 1,02 pour éviter de déclasser le moteur.
- Exprimer  $I_{eff}$ , la valeur efficace de  $i(t)$ , en fonction de  $I_m$ , la valeur moyenne du courant  $i(t)$  et de l'ondulation de courant  $\Delta i_{max}$ . Calculer ensuite  $F$  pour  $I_m = 5,25$  A. Conclure quant à la nécessité éventuelle de déclassement du moteur

Document de réponse



les interrupteurs qui passe le courant

$T_2$	$T_2$	$T_2$	$D_2$	$T_2$	$T_2$	$T_2$	$D_2$
$T_4$	$D_3$	$T_4$	$T_4$	$T_4$	$D_3$	$T_4$	$T_4$