

TD1 : Modélisation en Transformée de Laplace

Modélisation de la machine à courant continu

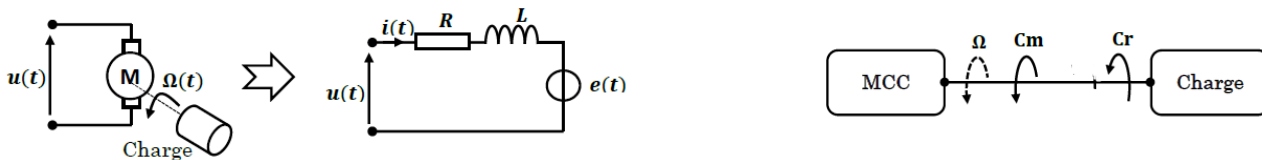
On considère une machine à courant continu à aimant permanent dont on cherche à régler sa vitesse de rotation $\Omega(t)$ et de réduire l'effet d'un couple perturbateur $C_r(t)$.

Le moteur a les caractéristiques suivantes :

- Champs magnétique créé par l'inducteur est constant.
- Moment d'inertie total ramené à l'arbre moteur est estimé par $J=10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.
- La machine à courant continu est équivalente à une résistance d'induit $R=4.5\Omega$, une inductance d'induit $L=10\text{mH}$ et en série avec une force électromotrice E .
- La constante de vitesse du moteur $K=0.095 \text{ V.s/rad}$



Le modèle électrique de la MCC en régime transitoire ainsi que leur schéma cinématique :



Modélisation mathématique de la machine à courant continu

1. Exprime la relation 1 reliant entre la force électromotrice $e(t)$, la vitesse angulaire $\Omega(t)$ et la constante K .
2. Exprime la relation 2 reliant entre le couple électromagnétique $C_m(t)$, le courant absorbé $i(t)$ et la constante K .
3. Exprime la relation 3 la tension $u(t)$ en fonction R , L , $i(t)$, $e(t)$ et t .
4. Exprimer la relation 4 d'après le principe fondamental de la dynamique PFD, l'équation reliant J , $\Omega(t)$, t , $C(t)$ et $C_r(t)$.
5. Indiquer parmi les équations trouvées qu'sont électriques, électromagnétiques et mécaniques.

Fonction de transfert de la machine à courant continu à vide ($C_r = 0$)

6. En supposant le couple résistant $C_r(t)=0$, et toutes les conditions initiales nulles, appliquer les transformées de Laplace des équations (1), (2), (3) et (4).
7. Établir alors l'expression de la fonction de transfert $M(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$

La valeur initiale et finale de la vitesse de la machine à courant continu à vide ($C_r = 0$)

Le couple résistant C_r est supposé toujours nul. On applique à l'entrée un échelon de tension $V_0=10\text{V}$.

8. Exprime la vitesse angulaire $\Omega(p)$ en fonction de $M(p)$ et V_0 puis en fonction des éléments de la machine.
9. Calculer la valeur initiale Ω_i et la valeur finale Ω_f .
10. Tracer d'une façon approchée la vitesse de sortie $\Omega(t)$ en fonction de temps en plaçant les points remarquables.