

## TD2 : Modélisation en Transformée de Laplace

### Modélisation d'une enceinte chauffante

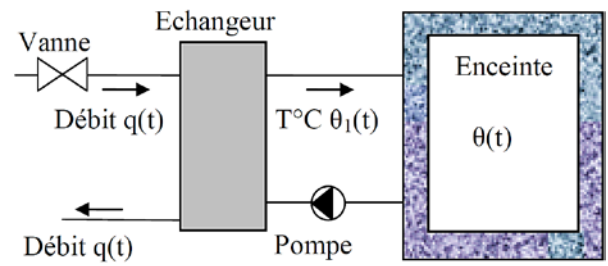
Le système représenté ci-contre est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique.

Une vanne permet de réguler le débit d'air dans l'échangeur. On note  $\alpha(t)$  l'angle d'ouverture de la vanne,  $q(t)$  le débit dans l'échangeur,  $\theta_1(t)$  la température en sortie de l'échangeur,  $\theta(t)$  la température de l'enceinte.

On donne les modèles de connaissance qui régissent le système :

- $q(t) = K_0 \cdot \alpha(t)$  : loi de fonctionnement de la vanne donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture de la vanne.
- $\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = K_1 \cdot q(t)$  : loi de transfert de chaleur dans l'échangeur.
- $\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = K_2 \cdot \theta_1(t)$  : loi de transfert de chaleur dans l'enceinte.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$  et la sortie, la température de l'enceinte  $\theta(t)$ .



Q.1/. Traduire dans le domaine de Laplace les équations du modèle de connaissance

Q.2/. En déduire les fonctions de transfert suivante :  $K(p) = \frac{Q(p)}{\alpha(p)}$ ,  $H(p) = \frac{\theta_1(p)}{Q(p)}$  et  $F(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_1(p)}$

Q.3/. Exprimer  $\theta_1(p)$  en fonction  $K(p)$ ,  $H(p)$  et  $\alpha_0$  puis en fonction  $K_0$ ,  $\tau_1$  et  $K_1$  sachant que  $\alpha(t)$  est un échelon défini par :  $\alpha(t) = \alpha_0 u(t)$  avec  $u(t)$  est la fonction de Heaviside.

Q.4/. Exprimer la valeur initiale  $\theta_{1i}$  et la valeur finale  $\theta_{1f}$  de la température si l'angle est  $\alpha_0$ .

Q.5/. A partir de la figure 1 ci-dessus, déterminer l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha_0$  ainsi que la valeur finale  $\theta_{1f}$  et initiale  $\theta_{1i}$ .

déduire la valeur  $K_1$  sachant que la valeur de  $K_0=10$ .

Q.6/. Exprimer la fonction de transfert globale du système  $G(p) = \frac{\theta(p)}{\alpha(p)}$  et en déduire la valeur initiale  $\theta_i$  et valeur finale  $\theta_f$  pour le même valeur d'entrée  $\alpha_0$ .

Q.7/. Construire à partir des fonctions de transferts précédentes, un schéma bloc du système de l'enceinte chauffante.

**Figure 1** : Transfert de chaleur dans l'échangeur  $\theta_1(t)$  et le l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$

