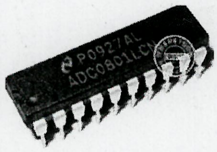
Les convertisseurs CAN et CNA /échantillonnage

I. Introduction

De nombreux systèmes électroniques utilisent la technique numérique, à base de microprocesseurs ou de microcontrôleurs pour les avantages qu'elle présente par rapport à la technique analogique :

- Facilité de traitement de l'information (filtrage, compression…),
- Mémorisation possible des informations,



Lorsque les informations issues de capteurs sont des grandeurs analogiques ou que les actionneurs sont commandés par des signaux analogiques, il est nécessaire de procéder à des conversions de données :

- Le **convertisseur analogique numérique(CAN)** convertit le signal analogique du capteur en une suite de mots numériques qui pourront être compris et traités par le calculateur (microprocesseur).
- Le calculateur pourra générer en entrée du **convertisseur numérique analogique(CNA)** des mots numériques qui sont alors convertis en signaux analogiques.

II. Les notions de base

1. Numération binaire

Le but de la conversion A/N ou N/A est de faire correspondre un nombre binaire N (2) de n bits à une tension analogique V le plus souvent ou inversement. Le nombre binaire naturel est défini par : $\mathbf{N_{(2)} = [a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \cdots \quad a_1 \quad a_0\,]}$

Avec $\mathbf{a_{n-1}}$ représente le bit le poids forte **LSB** et $\mathbf{a_0}$ représente le bit le poids faible **MSB.**

2. Conversion de la base binaire vers la base décimale

La conversion de binaire vers décimal s'effectue de la manière suivante :

$$N_{(10)} = a_{n-1}\,.\,2^{n-1} + a_{n-2}.\,2^{n-2} + \cdots + a_1\,.\,2^1 + a_0.\,2^0$$

Exemple : conversion du mot binaire N(2) = (10010) ➔ $N_{(10)}$

$N = 2^4 + 2^1 = 18$

3. Conversion de la base décimale vers la base binaire

Puissance de 2 et soustraction :

- On cherche la puissance de 2 supérieure ou égale au nombre décimal à convertir,
- On définit les valeurs des puissances de 2 par ordre décroissant,
- On procède par soustraction successive en ordre décroissant des puissances de 2 (si la soustraction est positive) jusqu'à atteindre 0.

Exemple 1: conversion binaire pour N(10) = 148

Puissance de 2	$2^8 = 256$	$2^7 = 128$	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Nombre binaire	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
Reste à coder	**248**	**20**	**20**	**20**	**4**	**4**	**0**	**0**	**0**

En déduit que : N(10) = 148 ➔ N(2) = 010010100

Exemple : conversion binaire pour N(10) = 348

Puissance de 2	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Nombre binaire	1	0	1	0	1	1	1	0	0
Reste à coder	92	92	28	28	12	4	0	0	0

En déduit que : N(10) = 148 ➔ N(2) = 101011100

Exemple :

Le microcontrôleur PIC16F877A dispose un CAN de 10 bits et alimenté sous une tension de 5V. La tension à convertir est appliquée à la bouche RA0.

Calculer la valeur de N lorsque la tension aux bornes de RA0 est $Ve = 3.43\ V$?

Sachant que $q = \frac{PE}{2^n} \simeq 4.88\ mV$ et que $Ve = q.N \Rightarrow N = \frac{1}{q} Ve$

d'où $\boxed{N = 703}$

2.5. Temps de conversion

Le temps de conversion Tc ou temps d'établissement (Setting time) est le temps nécessaire pour convertir une valeur de tension en un nombre représentatif.

Il dépend de la technique employée pour la conversion. Il est donné par la documentation constructrice du composant.

Exemple : carte Arduino UNO de l'ordre de $Tc = 10ms$;

2.6. La valeur maximale de la tension à l'entrée

La valeur maximale de Ve(t) est donc : $\boldsymbol{Vemax = q.(2^n - 1)}$

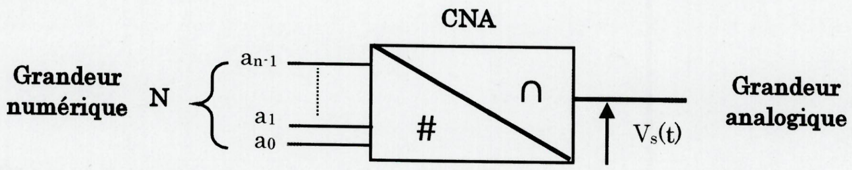
Exemple : cas de l'ARDUINO UNO ($PE = 5V$, n =10) alors Vemax : $Vemax = q.(2^n - 1) \Rightarrow Vemax = 4.99\ V$

$Vemax \simeq 5\ V$

IV. Convertisseur numérique analogique CNA (DAC en anglais)

Le convertisseur analogique numérique est un circuit intégré qui fait une conversion d'une grandeur numérique à une grandeur analogique.

1. Symbole



La valeur N représente la loi de commande calculée par une unité de traitement numérique, elle est convertie à une tension qui représente une tension de commande pour un préactionneur.

2. Relations fondamentales entres les grandeurs analogiques et numérique du CNA

2.1. Quantum q

C'est la petite variation de la tension de sortie. Il correspond donc à la valeur d'entrée quand seul le bit de poids faible (LSB) de N à l'état haut (N=1) : $q = \frac{Vref}{2^n}$ avec Vref est la tension de référence et n est le nombre de bits du CNA.

Exemple : $n = 4$, $Vréf = 10V$ alors $q = 625\ mV$, Donc, si N augmente d'une unité, Vs augmente de la valeur du q.

2.2. Résolution R

Elle est définie par le pourcentage de la pleine échelle soit : $\boldsymbol{R} = \frac{1}{2^n}$. Elle peut aussi défini par le nombre de bits n soit : $\boldsymbol{R = n}$ et $\boldsymbol{R = q}$.

2.3. La valeur maximale de la tension à la sortie

La valeur maximale de Vs(t) est donc : $\boldsymbol{Vsmax = q.(2^n - 1)}$

Exemple :

Soit un CNA de 5 bits. La tension de sortie vaut 0,2 V quand l'entrée vaut 00001.

Que vaut la tension de pleine échelle ? On a lorsque $N = 1 \Rightarrow Vs = 0.2V = q$

et $q = \frac{Vref}{2^n} \Rightarrow Pe = Vref = q.2^n \Rightarrow \boxed{Pe = 6.4V}$

Soit un CNA de 5 bits à sortie en courant. Quand l'entrée vaut 10100, le courant de sortie vaut 10 mA.

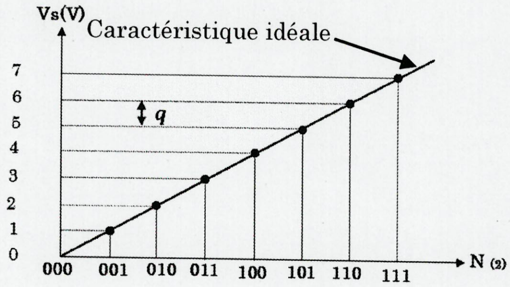
Que vaut le quantum ? on a $I = q.N \Rightarrow q = \frac{I}{N} \Rightarrow q = 0.5\,mA$

2.4. Caractéristique de transfert d'un convertisseur CNA

La caractéristique d'un CNA est la courbe représentant la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée.

La caractéristique ci-après est pour un CNA de la tension pleine échelle $Vref = 8\,V$ et de nombre de bit $n = 3$ bits alors le quantum $q = 1V$.

A partir de cette caractéristique. Le quantum q relie également la tension Vs à son mot numérique N : $\boldsymbol{Vs = q\,.N}$

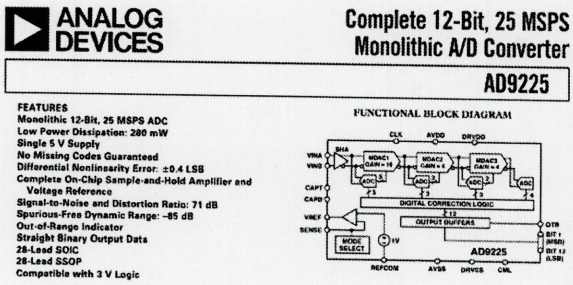


Exemple :

Déterminer :

- Le quantum : $q = \frac{PE}{2^n} = 1.22\,mV$
- La résolution : $R = 12$ bits
- Le temps de conversion : $T_c = \frac{1}{25.10^6} \Rightarrow \boxed{T_c = 40\,ns}$
- Calculer la tension d'entrée lorsque N=2001

$V_s = q.N \Rightarrow V_s = 2.44\,mV$



ANALOG DEVICES

Complete 12-Bit, 25 MSPS Monolithic A/D Converter

AD9225

FEATURES
Monolithic 12-Bit, 25 MSPS ADC
Low Power Dissipation: 280 mW
Single 5 V Supply
No Missing Codes Guaranteed
Differential Nonlinearity Error: ±0.4 LSB
Complete On-Chip Sample-and-Hold Amplifier and Voltage Reference
Signal-to-Noise and Distortion Ratio: 71 dB
Spurious-Free Dynamic Range: –85 dB
Out-of-Range Indicator
Straight Binary Output Data
28-Lead SOIC
28-Lead SSOP
Compatible with 3 V Logic

FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

V. Numérisation du signal : Notions de base sur l'échantillonnage

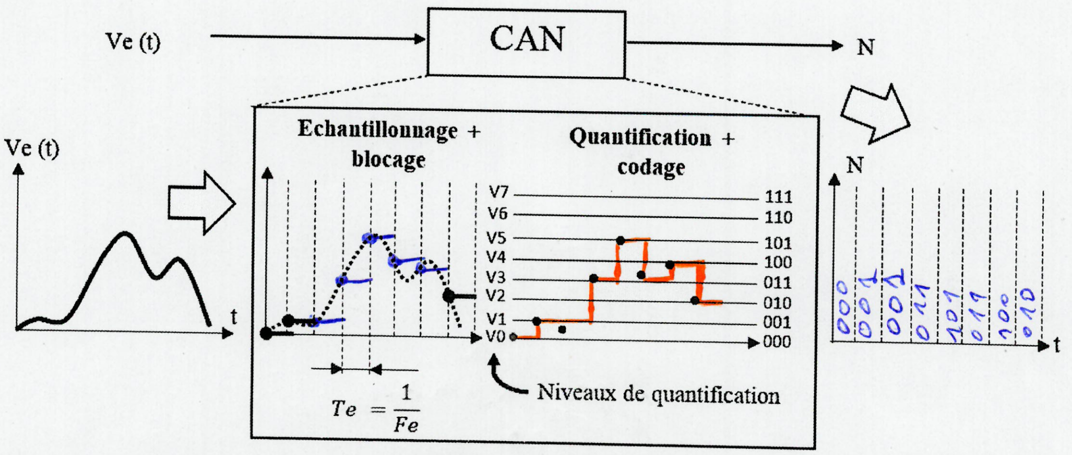
La numérisation de signal consiste à présenter un signal analogique à un signal numérique exploitable par les unités de traitements numériques.

Conceptuellement, la conversion analogique – numérique peut être divisée en quatre étapes :

$Ve(t)$ → **Filtre** → $Vf(t)$ → **Echantillonneur bloqueur** → $Ve(n.Te)$ → **Quantification** → $Vq(n.Te)$ → **Codage** → $Ve(n)$

Avec :

- **Filtre :** Il s'agit du filtre d'entrée également appelé filtre anti repliement de spectre pour limiter la largeur de bande.
- **Echantillonneur :** On l'utilise pour prélever des échantillons de la tension d'entrée à chaque temps d'échantillonnage.
- **Quantification :** transforme la valeur analogique échantillonnée en un nombre fini de niveaux prédéterminés
- **Le codage :** assigne une valeur numérique à chacun de ses niveaux.



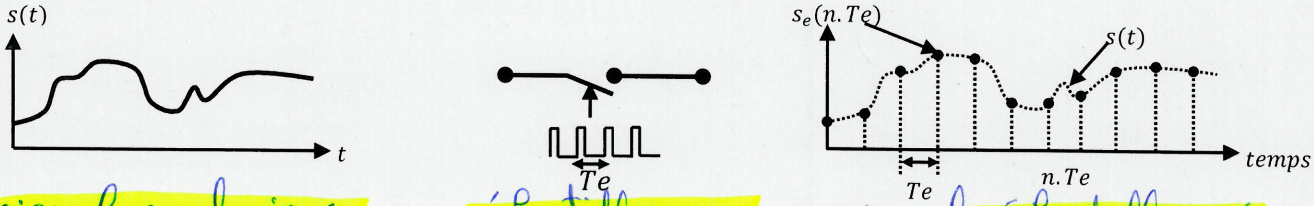
1. Introduction

L'échantillonnage consiste à représenter un signal analogique continu $\boldsymbol{s(t)}$ par un ensemble des valeurs discrètes $\boldsymbol{s_e(n.Te)}$.

Avec : $\boldsymbol{Te}$ est la période d'échantillonnage

n est le nombre d'échantillon

Cette opération est réalisée par un circuit appelé l'échantillonneur, symboliser par un interrupteur.



signal analogique ... échantillonneur ... signal échantillonné

Exemple : échantillonnage d'un signal sinusoïdal

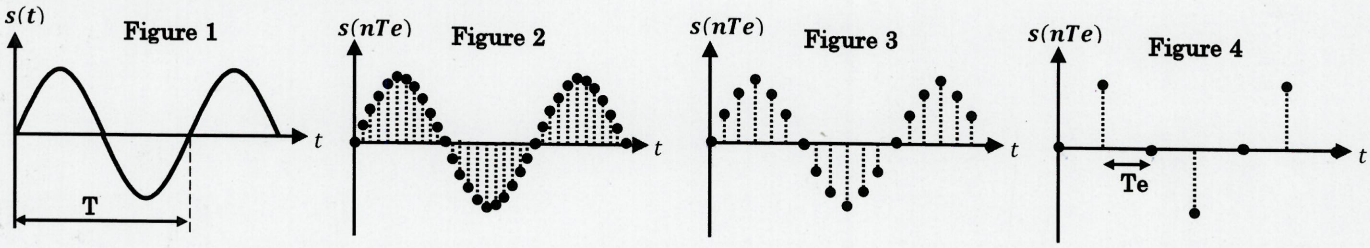


Figure	Nombre d'échantillons par période	Qualité du signal
1	infini	Excellent
2	24	très bien
3	14	bien
4	8	mauvais

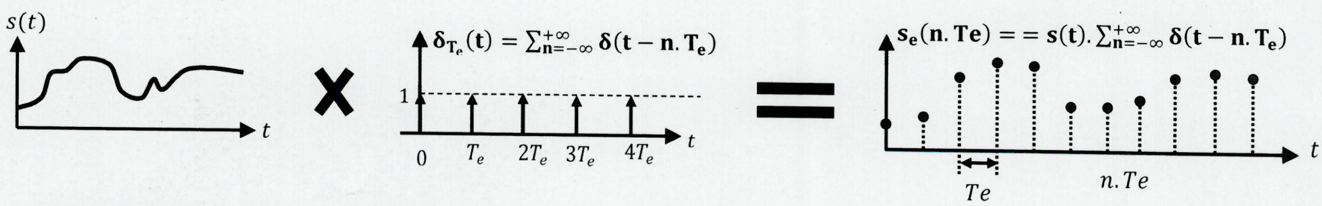
Remarque : Dans une chaîne d'acquisition numérique :

- si le pas d'échantillonnage est grand, on perd les détails de signal (signal échantillonné).
- si le pas est très petit, le nombre d'échantillons prélevé devient important, ce qui impose une mémoire d'acquisition de taille importante.

Il faut donc faire un compromis entre la qualité des traitements numériques et la minimisation des nombres de mesures (échantillons).

2. Aspects temporels l'échantillonnage.

L'obtention d'un signal échantillonné $s_e(n.Te)$ à partir d'un signal analogique $s(t)$ peut être modélisée mathématiquement dans le domaine temporel par la multiplication de s(t) par un peigne de Dirac de période Te (noté $\delta Te\ (t)$) :



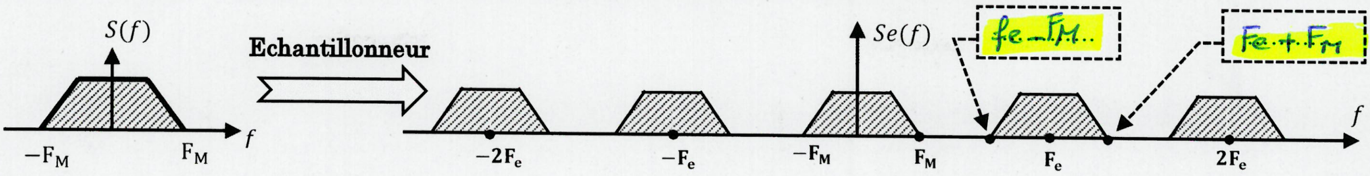
3. Aspects fréquentiels de l'échantillonnage.

On suppose que le signal $s(t)$ a un spectre à support borné, c'est-à-dire que le spectre est limité ($Se(f) = 0$ pour $f > fmax$). Appliquons **la transformée de Fourier** et ainsi le **théorème de Plancherel**, le spectre du signal échantillonné sera donné par le produit de convolution du spectre du signal initial avec la transformée de Fourier de la suite de pics de Dirac :

$$\boxed{\mathbf{s_e(n.Te) = = s(t).\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n.T_e)}} \longrightarrow \boxed{\mathbf{Se(f) = F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)}}$$

Le spectre de l'échantillonné $Se(f)$ s'obtient en périodisant avec une période égale à Fe, sur l'axe des fréquences, la transformée de Fourier $S(f)$ du signal initial $s(t)$ multiplié par Fe : $\boldsymbol{Se(f) = F_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(f - n.F_e)}$

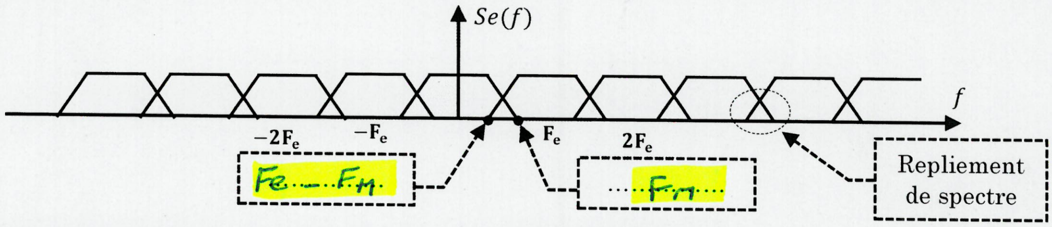
Soit un signal s(t) de spectre S(f), on cherche de tracer le spectre Se(f) du signal échantillonné :



Remarque : Le spectre de ce signal, représente le cas parfait où la fréquence d'échantillonnage Fe est bien choisie.

4. Repliement de spectre

Le repliement de spectre apparait lorsque la fréquence d'échantillonnage Fe est plus proche de la fréquence maximale F_M du signal à échantillonner.



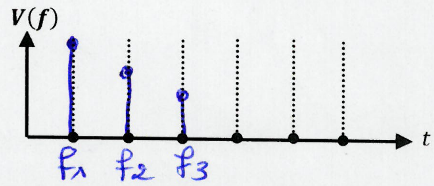
Pour éviter les problèmes de repliement de spectre, il faut respecter le **théorème de Shannon**

Théorème de Shannon

La fréquence d'échantillonnage, soit égale ou supérieure à deux fois la fréquence maximale $fmax$ contenue dans le signal initial : $\mathbf{Fe \geq 2\,f_M}$

Exemple 1 : nous voulons numériser un signal v(t). La première étape consiste à prélever le signal par un échantillonneur bloqueur. L'objectif est de sélectionner la fréquence d'échantillonnage afin d'éviter tout problème de chevauchement du spectre. Le signal est le suivant :

$s(t) = V_1 . \sin(2\pi f_1 t) + V_2 . \sin(2\pi f_2 t) + V_3 . \sin(2\pi f_3 t)$ Avec f_1 =**2kHz**, f_2 =**2,5 kHz** et f_3 = **3. 3 kHz,**



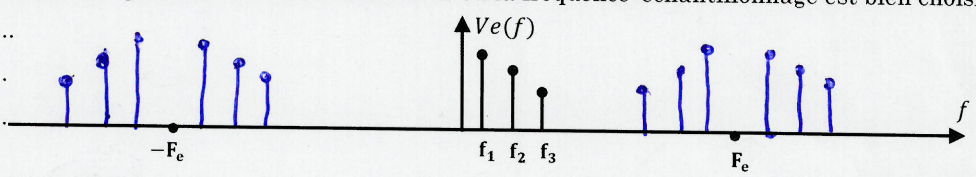
Question 1 : déterminer la fréquence maximale du signal s(t) et tracer le spectre du signal, sachant que $V1 > V2 > V3$: $F_M = f_3 = 3.3$ kHz

Question 2 : tracer le spectre Ve(F) du signal échantillonné dans le cas où la fréquence 'échantillonnage est bien choisie

d'après shannon

Fe ≥ 2 fmax

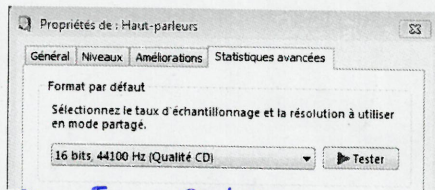
Fe ≥ 6.6 kHz



Exemple 2 : justifier l'utilisation des fréquences d'échantillonnage suivant :

Smartphone **Fe= 8kHz** : La bande passante normalisée pour la téléphonie est de 300 Hz à 3400 Hz.

Carte son des ordinateur **Fe=44.1kHz** : la bande audible est de 20Hz à 20kHz.



Smartphone : on a $F_M = 3,4$ kHz
d'après shanon $Fe \geq 2 F_M \Rightarrow Fe \geq 6,8$ kHz
on ajoute 1,2 kHz comme sécurité

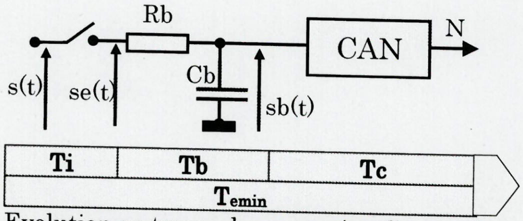
carte son : on $F_M = 20$ kHz
d'après shannon : $Fe \geq 2 F_M = 40$ kHz
on ajoute 4,1 kHz comme securité

5. Etude du filtre anti-repliement de spectre

❖ **Problématique :**

L'échantillonneur est un composant essentiel des convertisseurs CAN qui effectue l'opération d'échantillonnage, il est fabriqué sur la base d'un commutateur électronique rapide, ce dernier a une fréquence limitée, c'est-à-dire que si la fréquence d'échantillonnage dépasse la fréquence de commutation Fi, le commutateur devient saturé et ne s'ouvre jamais.

- Schéma de base de la chaîne de numérisation :
  - **Ti** : temps de commutation de l'interrupteur
  - **Tb** : temps de réponse du bloqueur $(Tb = 3.R.C)$
  - **Tc** : le temps de conversion du CAN
- Tous les temps sont donnés par la documentation technique du CAN.



Evolution en temps de conversion d'un seul échantillonne

Le temps d'échantillonnage minimal à ne pas dépasser est :

$T_{emin} = Ti + Tb + Tc$

Donc la fréquence maximale à choisir est :

$F_{emax} = \dfrac{1}{Ti + Tb + Tc}$

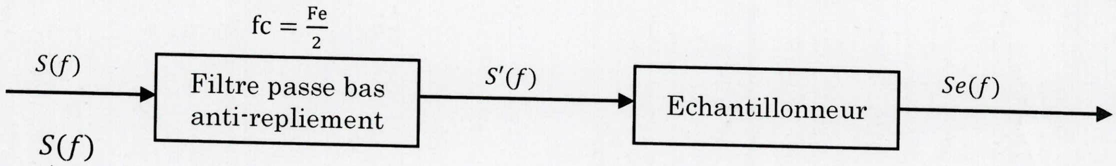
Exemple : on souhaite calculer la fréquence d'échantillonnage maximale pour le cas d'un CAN qui possède : R=10 mΩ, C=10nF, Ti =10 ns et Tc=100 ns

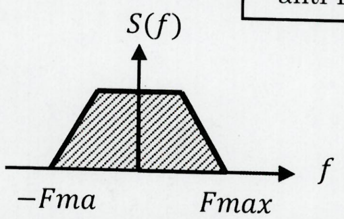
$Femax = \dfrac{1}{Ti + Tb + Tc} = 9.08\,MHz$

$Tb = RC$

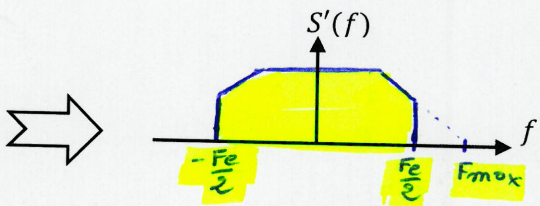
❖ **Solutions :**

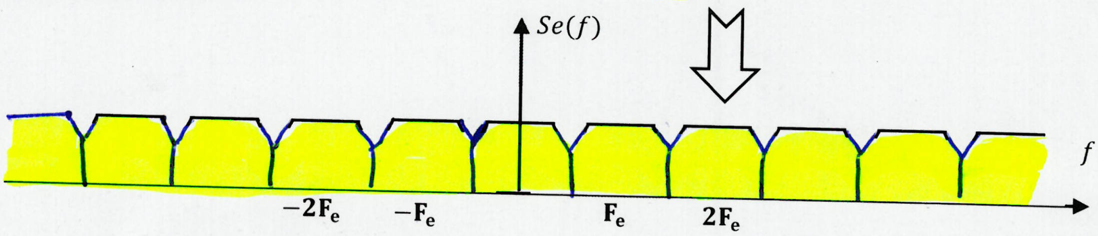
Si la possibilité d'augmenter la fréquence d'échantillonnage n'est plus possible, il faut précéder l'échantillonneur d'un filtre passe-bas anti-repliement, dont la fréquence de coupure est la fréquence de Nyquist, de manière à supprimer toute fausse fréquence.





Spectre borné à échantillonner





❖ **Conclusion**

Avec un filtre passe bas anti-repliement, le spectre du signal échantillonné $Se(f)$ n'est pas distordue même que c'est difficile d'extraire le spectre de base, mais nous avons perdu une partie du spectre de $\frac{Fe}{2}$ à $fmax$.