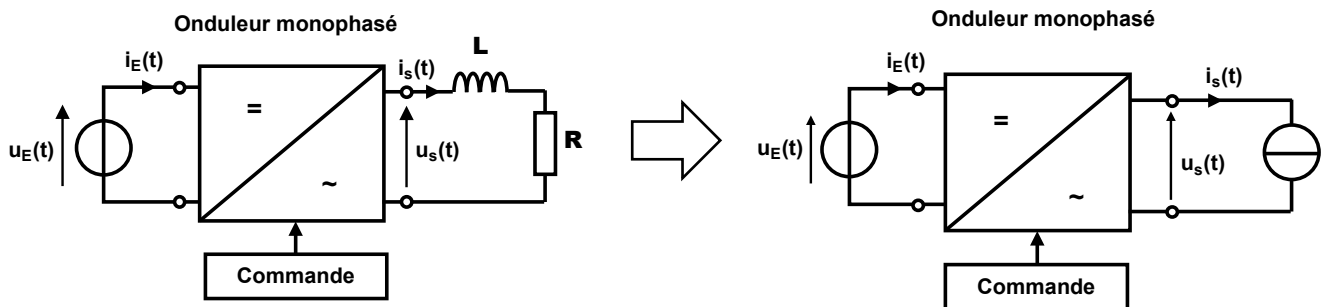


# Chapitre 8 : Onduleurs monophasés

## I. Introduction

Un onduleur monophasé est un convertisseur statique qui transforme une tension continue en tension alternative monophasée. Utilisé dans les systèmes photovoltaïques, les alimentations de secours ou les variateurs, il assure une **alimentation alternative (AC)** fiable à partir d'une **source continue (DC)**. Son fonctionnement repose sur des interrupteurs électroniques commandés selon une **stratégie de modulation précise**.



### Hypothèses retenues :

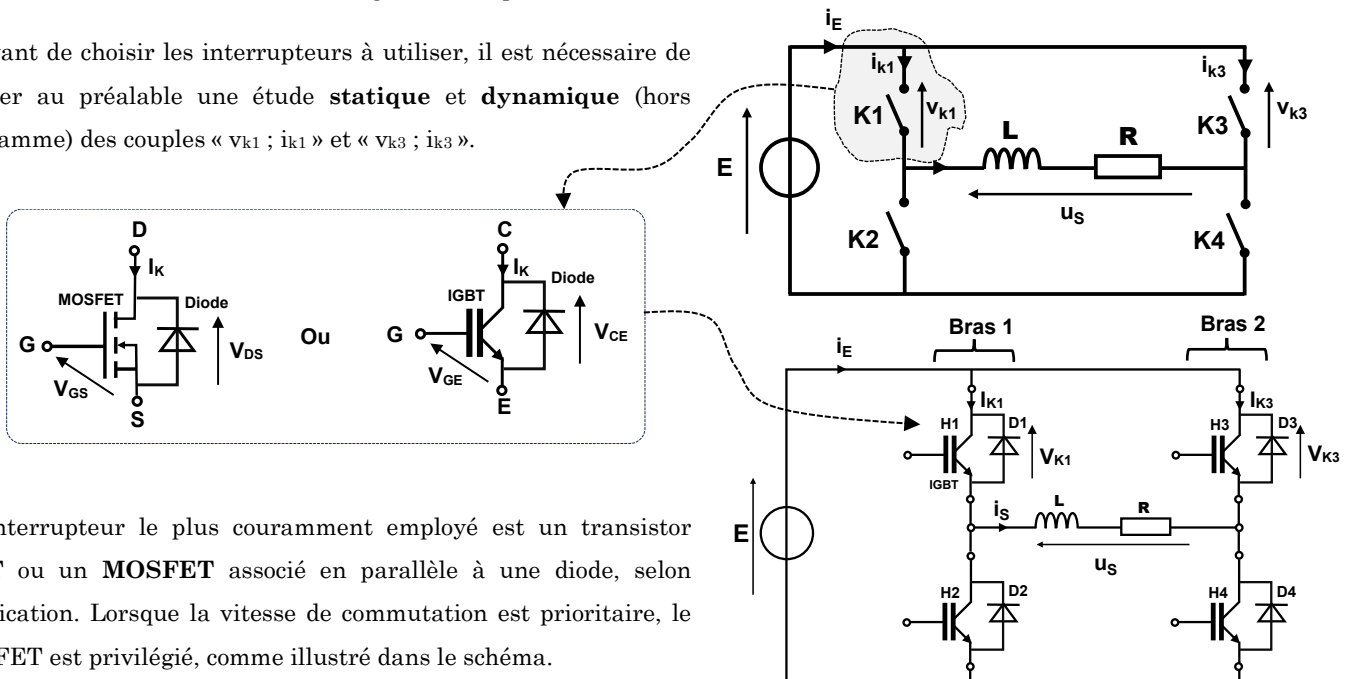
- La source d'entrée est supposée idéale, délivrant une tension continue **parfaitement constante** :  $u_E(t) = E$
- La charge est modélisée par une **source de courant** sinusoïdal  $i_s(t)$ , de nature principalement **inductive**, impliquant que  $i_s(t)$  est en **retard** par rapport à la composante fondamentale de la tension  $u_s(t)$ .
- Les interrupteurs de puissance sont considérés **idéaux**, assurant un fonctionnement **sans pertes** et un transfert d'énergie parfait.

## II. Etude de l'onduleur de tension monophasé

### 1. Structure

Un onduleur monophasé est généralement constitué de quatre interrupteurs **unidirectionnels en tension** et **bidirectionnels en courant**. Sa configuration se présente alors selon l'architecture suivante :

Avant de choisir les interrupteurs à utiliser, il est nécessaire de réaliser au préalable une étude **statique** et **dynamique** (hors programme) des couples «  $v_{k1}$  ;  $i_{k1}$  » et «  $v_{k3}$  ;  $i_{k3}$  ».



L'interrupteur le plus couramment employé est un transistor **IGBT** ou un **MOSFET** associé en parallèle à une diode, selon l'application. Lorsque la vitesse de commutation est prioritaire, le MOSFET est privilégié, comme illustré dans le schéma.

**⚠ Remarque importante :** Pour respecter les règles d'interconnexion des sources, la commande des interrupteurs doit être assurée selon la logique suivante :  $K2 = \overline{K1}$  et  $K4 = \overline{K3}$   
 Autrement dit, chaque interrupteur d'un même bras fonctionne en complémentaire par rapport à son homologue.

Le fonctionnement d'un onduleur monophasé nécessite la commande de ses deux bras, qui n'est pas obligatoirement simultanée. On distingue généralement trois stratégies de commande :

- Commande en pleine onde (ou simultanée)
- Commande décalée
- Commande MLI (PWM en Anglais), qui est de loin la plus répandue dans les applications domicelles et industrielles

**2. Commande 1 : Commande plein onde ou simultanée**

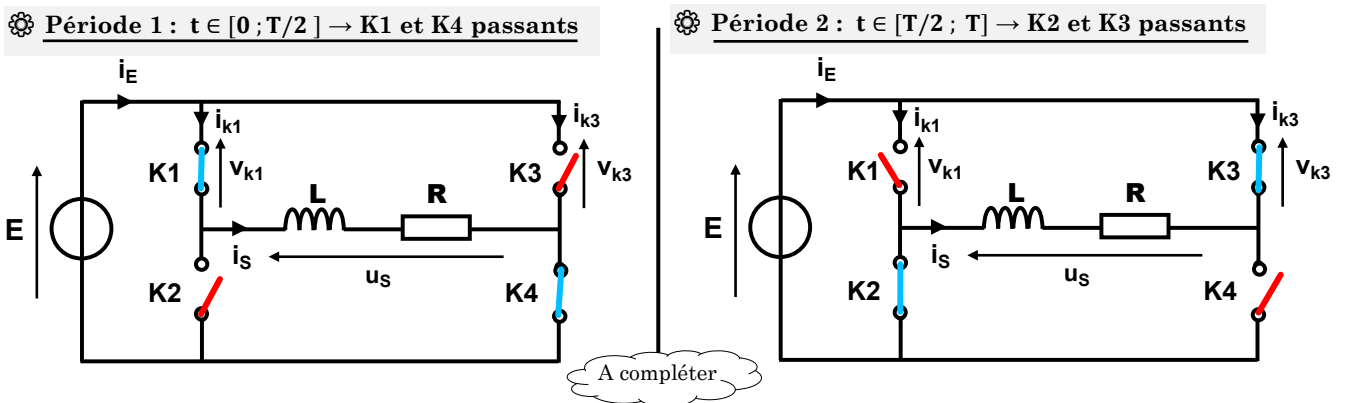
Tous les interrupteurs fonctionnent avec la même période T, chacun étant activé pendant T/2. Les relations de commande sont alors :

	$0$	$T/2$	$T$
	K1	K2	
	K4	K3	

Cette commande permet d'assurer un bon fonctionnement synchronisé de l'onduleur.

**2.1- Expressions des tensions et des courants de l'onduleur**

Pour l'illustrer, on adopte le schéma de principe suivant, représenté sur les deux périodes considérées.



À partir des deux schémas présentés, on peut établir les expressions suivantes :

Grandeur	Période 1 $t \in [0 ; T/2]$	Période 2 $t \in [T/2 ; T]$
$u_s(t)$	$E$	$-E$
$v_{k1}(t)$	$0$	$E$
$v_{k3}(t)$	$E$	$0$
$i_{k1}(t)$	$i_s(t)$	$0$
$i_{k3}(t)$	$0$	$-i_s(t)$
$i_E(t)$	$i_s(t)$	$-i_s(t)$

**Remarque :** Les tensions sont exprimées par rapport à la grandeur  $E$ , tandis que les courants sont formulés en fonction de  $i_s(t)$ .

*d'après loi des mailles*

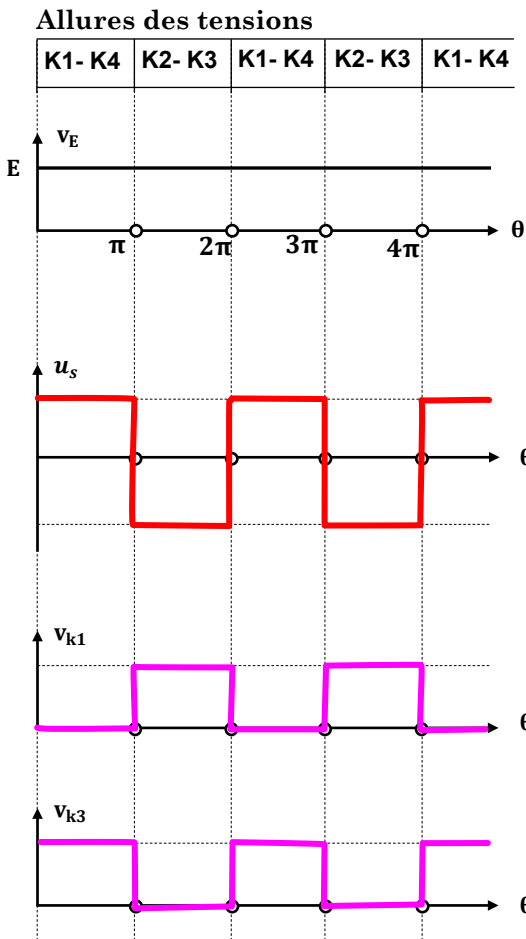
Eq 1:  $E = U_{K1}(t) + U_{K2}(t)$

Eq 2:  $E = U_{K3}(t) + U_{K4}(t)$

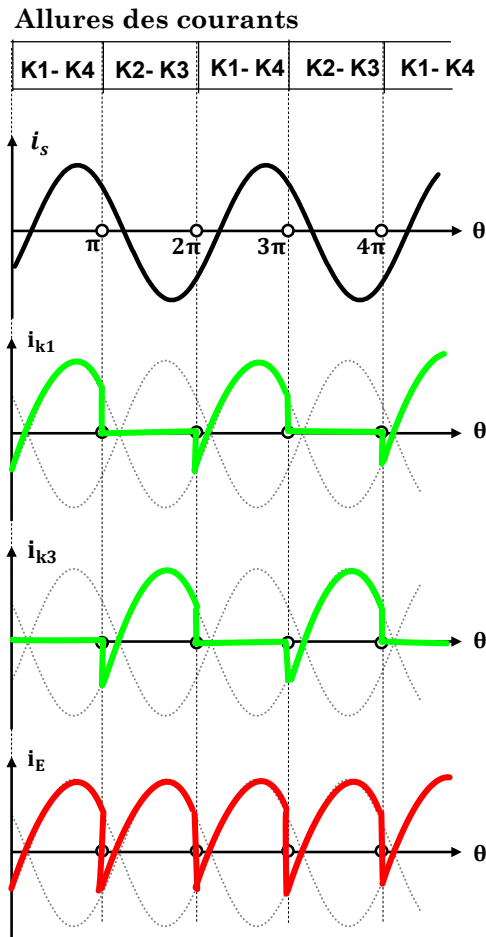
*d'après loi des nœuds :*  $i_E(t) = i_{K1}(t) + i_{K3}(t)$

Remarque : interrupteur passant :  $v_k = 0$  et  $i_k \neq 0$   
 interrupteur bloqué :  $v_k \neq 0$  et  $i_k = 0$

**2.2- Allures de courants et des tensions**



A compléter



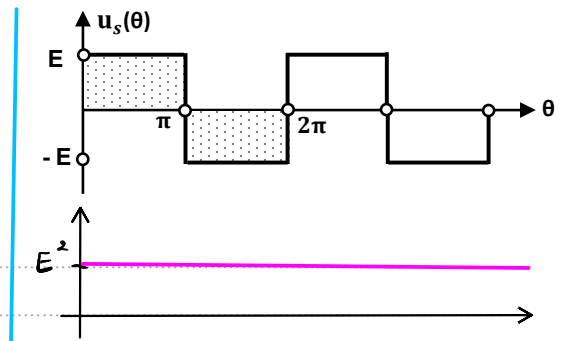
**2.3- Valeur efficace de la tension de de sortie u\_s**

Nous cherchons ensuite à évaluer la qualité de l'énergie délivrée par l'onduleur en déterminant le THD. Pour cela, il est nécessaire de connaître la valeur efficace de la tension de sortie, calculée à partir de la relation

$$U_s = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_s(t)^2 dt} \Rightarrow U_s = \sqrt{\langle u_s(t)^2 \rangle}$$

$\langle u_s^2 \rangle = E^2 \Rightarrow$  d'où

$U_s = \sqrt{\langle u_s^2 \rangle} \Rightarrow U_s = E$

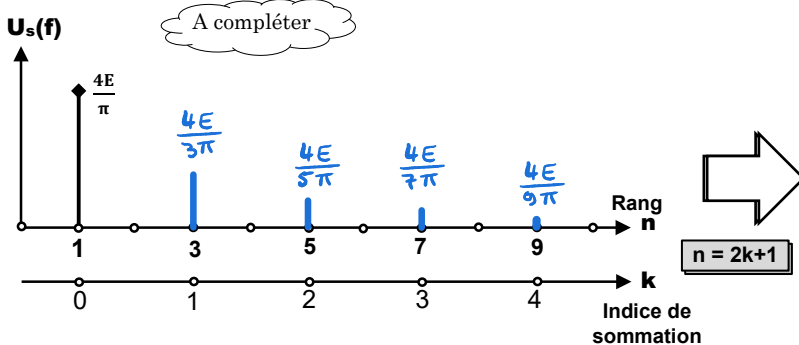


**2.4- Spectre de la tension de sortie u\_s(t)**

La tension de sortie u\_s(t) présente une symétrie impaire et glissante, ce qui permet de la développer en série de Fourier. Elle ne comporte que des harmoniques impairs, d'amplitude décroissante avec le rang n. L'expression générale est :

$$u_s(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \sin((2k+1) \cdot \omega \cdot t)$$

La figure ci-après illustre le spectre correspondant à la décomposition de u\_s(t) :



Trouver puis calculer :

<b>Expression du fondamental u<sub>s1</sub>(t)</b>
$u_{s1}(t) = \frac{4E}{\pi} \cdot \sin(\omega t)$
<b>La valeur efficace du fondamental U<sub>s1</sub></b>
$U_{s1} = \frac{U_{s1max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{s1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot E$

À l'analyse du spectre, on observe que l'harmonique le plus gênant est : *C'est l'harmonique 3.*

Son expression est donnée par :  $u_{s3}(t) = \frac{4E}{3\pi} \cdot \sin(3\omega t)$ , et sa valeur efficace est :  $U_{s3} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} E$

**2.5- Taux de distorsion harmonique THD**

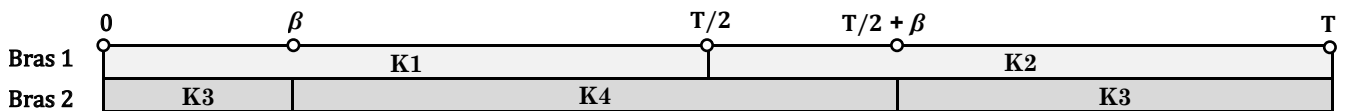
Par définition :  $THD = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{+\infty} (U_{si})^2}}{U_{s1}} = \frac{\sqrt{U_s^2 - U_{s1}^2}}{U_{s1}}$

$THD = \frac{\sqrt{E^2 - (\frac{2\sqrt{2}}{\pi} E)^2}}{\frac{2\sqrt{2}}{\pi} E} \Rightarrow THD = \sqrt{\frac{\pi^2 - 8}{8}} \Rightarrow THD = 0.48 \Rightarrow THD = 48\%$

**⚠ Remarque importante :** La commande simultanée présente un rendement médiocre en raison de la forte présence d'harmoniques, notamment l'existence de **l'harmonique d'ordre 3 et ses multiples**. Ceux-ci engendrent d'importantes perturbations dans les machines tournantes (MAS, MS). Pour éliminer cette composante n = 3, il est nécessaire d'adopter une **commande décalée**, plus adaptée aux exigences techniques.

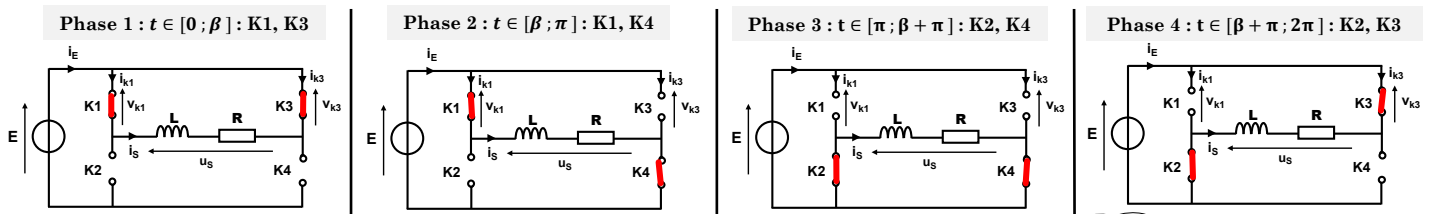
**3. Commande 2 : Commande décalée**

Dans la configuration à commande décalée, les deux bras de l'onduleur fonctionnent avec la même période T. Toutefois, les interrupteurs du bras 2 sont commandés avec un déphasage β compris entre 0 et π. Ce réglage permet de **supprimer** l'harmonique le plus **perturbateur** (tel que **l'harmonique d'ordre 3**) afin de réduire significativement ses effets indésirables sur le système.



**3.1- Expressions des tensions et des courants de l'onduleur**

Pour l'illustrer, on adopte le schéma de principe suivant, représenté sur les deux périodes considérées :



A compléter

À partir des schémas présentés, on peut établir les expressions suivantes :

Grandeur	t ∈ [0 ; β] : K1, K3	t ∈ [β ; π] : K1, K4	t ∈ [π ; π + β] : K2, K4	t ∈ [π + β ; 2π] : K2, K3
u <sub>s</sub> (t)	0	E	0	-E
v <sub>k1</sub> (t)	0	0	E	E
i <sub>k1</sub> (t)	i <sub>s</sub> (t)	-i <sub>s</sub> (t)	0	0

**3.2- Valeur efficace de la tension de sortie**

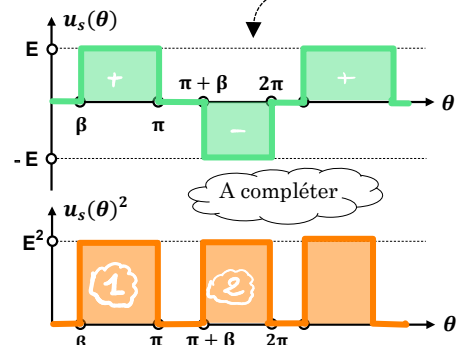
La relation suivante permet de calculer la valeur efficace de la tension de sortie :

$U_S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_s(t)^2 dt} \Rightarrow U_S = \sqrt{\langle u_s(t)^2 \rangle}$  (⚠ pour le but de calculer le THD)

Calculons  $\langle u_s^2 \rangle$  ?

$\Rightarrow \langle u_s^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \times (\pi - \beta) \cdot E^2 \Rightarrow \langle u_s^2 \rangle = (1 - \frac{\beta}{\pi}) \cdot E^2$

Donc :  $U_S = \sqrt{\langle u_s^2 \rangle} \Rightarrow U_S = \sqrt{1 - \frac{\beta}{\pi}} \cdot E$



**3.3-Spectre de la tension de sortie  $u_s(t)$**

En adoptant une nouvelle référence angulaire en  $\beta/2$  (soit  $\theta' = \theta - \beta/2$ ), la tension  $u_s(\theta')$  présente une symétrie impaire et une symétrie glissante. Son développement en série de Fourier s'écrit :

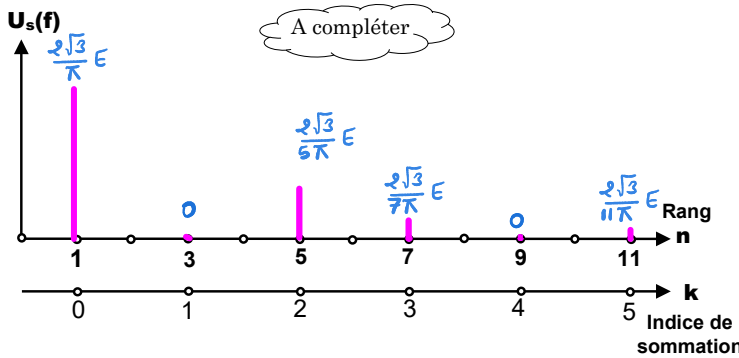
$$u_s(\theta') = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \cdot \cos\left((2k+1)\frac{\beta}{2}\right) \cdot \sin((2k+1)\theta')$$

**Question 1 :** Pour quelle valeur de l'angle  $\beta$  l'harmonique d'ordre 3 (associée à  $k=1$ ) est-elle annulée dans le spectre de la tension  $u_s(\theta')$  ?

Pour supprimer l'harmonique 3, il faut que :  $u_{s3}(\theta') = 0 \rightarrow \frac{4E}{3\pi} \cos\left(3\frac{\beta}{2}\right) \cdot \sin(3\theta') = 0$  avec  $\beta \in [0; \pi[$

$\Rightarrow \frac{4E}{\pi} \cos\left(3\frac{\beta}{2}\right) \cdot \sin(3\theta') = 0$   
 $\Rightarrow \cos\left(3\frac{\beta}{2}\right) = 0$  ou  $\sin(3\theta') = 0$  *exclu*  
 $\Rightarrow$  on cherche  $\beta \Rightarrow \cos\left(3\frac{\beta}{2}\right) = 0$   
 $\Leftrightarrow 3\frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$  avec  $k \in \mathbb{Z}$   
 donc :  $\beta = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{2\pi}{3}$   
 Comme  $\beta \in [0, \pi[ \Rightarrow$  d'où :  $k=0 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{3}$

La figure suivante, représente le spectre de  $u_s(t)$  correspondant à  $\beta = \frac{\pi}{3}$  :



Trouver puis calculer :

Expression du fondamental $u_{s1}(t)$
$u_{s1}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} E \cdot \sin(\omega t)$
La valeur efficace du fondamental $U_{s1}$
$U_{s1} = \frac{U_{s1max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{s1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} E$

**Question 2 :** Quelles conclusions peut-on tirer concernant l'harmonique d'ordre 3 et ses multiples ?

Apartir du spectre de  $u_s(t)$ , l'harmonique 3 et ses multiples sont tous nuls

D'après l'analyse spectrale, l'harmonique le plus gênant est : c'est l'harmonique 5

Son expression est donnée par :  $u_{s5}(t) = \frac{2\sqrt{3}}{5\pi} E \cdot \sin(5\omega t)$ , et sa valeur efficace est :  $U_{s5} = \frac{\sqrt{6}}{5\pi} E$

**3.4-Taux de distorsion harmonique THD**

Par définition :  $THD = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^{\infty} (U_{si})^2}{U_{s1}^2}} = \sqrt{\frac{U_s^2 - U_{s1}^2}{U_{s1}^2}}$

Pour  $\beta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow U_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E$

$THD = \frac{\sqrt{(\sqrt{2/3} \cdot E)^2 - (\sqrt{6}/\pi \cdot E)^2}}{\sqrt{6}/\pi \cdot E} \Rightarrow THD = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} \Rightarrow THD = 0,31 \Rightarrow THD = 31\%$

**Remarque importante :** La commande décalée permet de supprimer efficacement l'harmonique d'ordre 3 ainsi que ses multiples, ce qui entraîne une réduction notable du THD. Toutefois, elle présente un inconvénient majeur : les harmoniques d'ordre 5 et 7 subsistent et restent difficiles à filtrer. Leur présence peut provoquer des vibrations, une fatigue mécanique des machines tournantes, une baisse du rendement et, à terme, leur déclassement.

**4. Commande 3 : Commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion) – PWM**

Grâce aux progrès réalisés dans les semi-conducteurs de puissance et leurs techniques de commande, la modulation de largeur d'impulsion (MLI ou PWM en anglais) s'est imposée comme la méthode privilégiée et est désormais utilisée dans la quasi-totalité des variateurs de vitesse, qu'ils soient monophasés ou triphasés.

Le principe de la commande MLI consiste à découper la tension  $u_s(t)$  en une succession de créneaux de largeur variable à chaque période, en agissant sur la commande des interrupteurs.

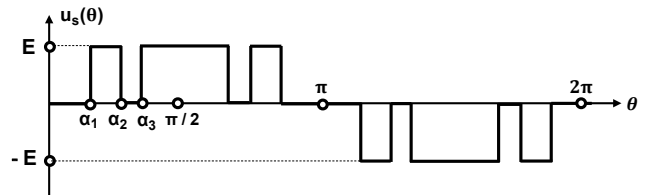
Les objectifs principaux de la commande MLI sont les suivants :

- Rejeter les harmoniques de la tension de sortie  $u_s(t)$  vers les hautes fréquences, afin de faciliter leur élimination par filtrage.
- Régler la valeur efficace de la composante fondamentale de  $u_s(t)$ , propriété essentielle pour faire fonctionner les machines tournantes à vitesse variable à flux constant.

Parmi les méthodes de commande MLI, deux sont particulièrement utilisées : la MLI pré-calculée, avec rapports cycliques définis à l'avance, et la MLI à modulation par porteuse, largement adoptée en industrie (voir détails dans le cours sur les onduleurs triphasés).

**4.1- Principe de la commande MLI pré-calculée**

La commande MLI pré-calculée consiste à manipuler les interrupteurs de façon à découper la tension  $u_s(t)$  selon des angles précis, déterminés pour supprimer certaines harmoniques indésirables. L'exemple ci-dessous illustre le cas d'une élimination ciblée des harmoniques d'ordre 3, 5 et 7.



Le développement en série de Fourier (DSF), montre que  $u_s(\theta)$  s'écrit :  $u_s(\theta) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \sin(n \cdot \theta)$

Avec :  $B_n = \frac{1}{n} (\cos(n \cdot \alpha_1) - \cos(n \cdot \alpha_2) + \cos(n \cdot \alpha_3))$  et  $n = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

L'objectif est de déterminer les valeurs des angles  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  permettant de supprimer les harmoniques d'ordre 3, 5 et 7. Pour cela, le système d'équations correspondant est résolu à l'aide des outils de l'IA (intelligence artificielle), donnant les résultats suivants :

$$\begin{cases} u_{s3}(t) = 0 \\ u_{s5}(t) = 0 \\ u_{s7}(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 3 \alpha_1 - \cos 3 \alpha_2 + \cos 3 \alpha_3 = 0 \\ \cos 5 \alpha_1 - \cos 5 \alpha_2 + \cos 5 \alpha_3 = 0 \\ \cos 7 \alpha_1 - \cos 7 \alpha_2 + \cos 7 \alpha_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 22.7247^\circ \\ \alpha_2 = 37.8474^\circ \\ \alpha_3 = 46.8209^\circ \end{cases}$$

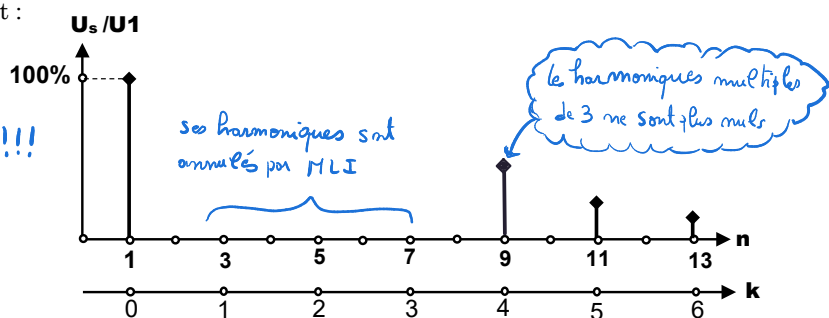
**4.2- Spectre de la tension de sortie  $u_s(t)$**

La figure ci-après, représente le spectre correspondant :

*les harmoniques qui sont nuls par MLI :*

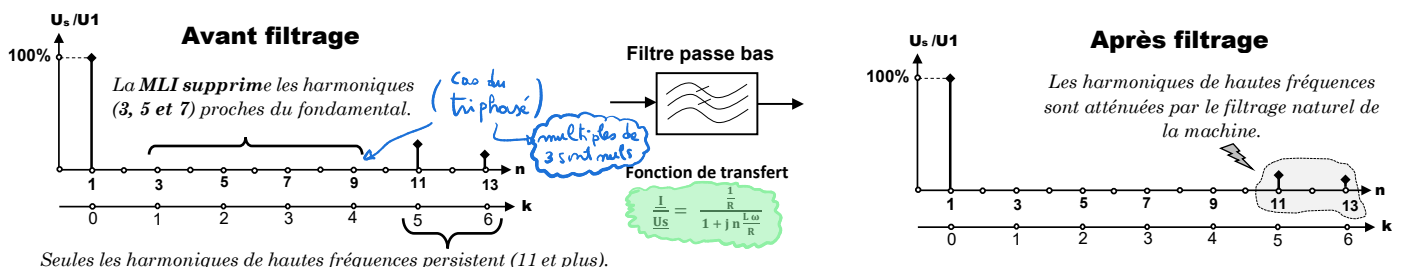
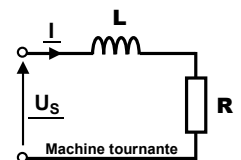
- \* l'harmonique 3
- \* Les multiples de 3 ne sont plus nuls. **! THD !!!**
- \* les harmoniques 5 et 7

Donc, l'harmonique proche du fondamental est l'harmonique 9.




**4.3- Filtrage de la tension MLI**


Dans la plupart des cas, la charge correspond à une machine électrique fonctionnant en courant alternatif. La phase du moteur peut être modélisée par un circuit série (RL), qui se comporte comme un filtre passe-bas. Cette configuration atténue plus fortement les harmoniques de rang élevé, améliorant ainsi la qualité de la tension appliquée. Le diagramme ci-dessous illustre clairement cette propriété.




## Références bibliographiques :

 **Claude CHEVASSU**. Électronique de puissance (Principes) : cours et problèmes [PDF]. Version 5 décembre 2013. Licence

Libre. Disponible sur : <http://mach.elec.free.fr>

 **Christophe FRANÇOIS**, Les grandes fonctions de la chaîne d'énergie - IUT, BTS, CPGE, FRANCE : Ellipses, 2016

 **Azan, J.-L., Gyzelinck, J.-C., Le Gall, F., Meunier, J., & Torrus, A. (2015)**. Sciences appliquées – BTS électrotechnique

 **Piou Michel**. Electronique de puissance (PowerElecPro : Ch6 – Puissance et harmoniques 1~ et 3~) [PDF]. France, 2010.